Macroeconomía: Teoría y aplicaciones.

De la visión neoclásica a las teorías contemporáneas.

Jorge Valente Hernández Castelán
Hector Andrés García Lozada

Publicado por J&H

2

Dedicatoria.

Para mis padres, quienes siempre han estado apoyándome, tanto indirecta como directamente, así estemos pasando momentos difíciles.

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

1

Cuentas nacionales básicas para macroeconomía

La visión macroeconómica se basa principalmente en crear modelos (ecuaciones) que sean capaces de predecir y explicar el comportamiento de los agentes a una escala más amplia que la de cada individuo por separado, como lo es un país, diversos sectores económicos, etc, basándose en simplificaciones y abstracciones de lo anterior, y para poder explicar dichos comportamientos se hace uso de algunos agregados macroeconómicos, los cuales nos sirven principalmente para saber como se está comportando la economía de un país, sus sectores más fuertes, sus deficiencias y fortalezas, así como una visión global de los agentes económicos (todo esto apoyado por ramas como la estadística). Generalmente las oficinas de estadística de un país separan a las cuentas nacionales en su propio apartado para diferenciarlas de otras variables, lo que nos puede ayudar a inferir la importancia de estos agregados, siendo las variables más recurrentes dentro de la econometría y la creación de modelos estadísticos que nos ayuden a predecir o estimar ciertos factores de una economía.

Dentro de las principales variables de las cuentas nacionales, encontramos que la más recurrente, incluso en la teoría económica, es el PIB[1], siendo incluso catalogado como la *piedra angular* de la contabilidad social, ya que por si solo comprende la producción total de las empresas, instituciones sin fines de lucro, el gobierno y las familias de un país determinado, mientras se mantengan dentro del territorio económico de un país [1]. Ahora, de manera simplificada, el PIB, el cual será denominado como Y, puede ser desglosado por sus componentes, donde el consumo es expresado como C, el gasto gubernamental es expresado como G, y la inversión es expresada como I, para una economía cerrada, por lo que finalmente tendríamos la ecuación:

$$Y = C + G + I \tag{1.1}$$

Pero si se abre la economía al comercio internacional, entonces ahora también tendríamos que incluir a las exportaciones X, comprendidas por todo aquello que es vendido al extranjero, e importaciones M, comprendidas por todo aquello que es comprado al extranjero, teniendo la siguiente ecuación:

$$Y = C + G + I + (X - M) \tag{1.2}$$

La cual puede simplificar a las exportaciones e importaciones en otra variable $\bar{X}$ que determina el saldo de la balanza comercial[2], teniendo finalmente la siguiente ecuación:

$$Y = C + G + I + \bar{X} \tag{1.3}$$

Ahora, también se debe considerar el hecho de que la medición del PIB no es tan simple como parece, ya que el mismo nivel de simplicidad de la ecuación anterior puede generar algunos errores de medición, siendo uno de los más usuales el de la *contabilidad doble*. Imaginemos la siguiente situación: Hay una empresa que produce anualmente 100 mil pantalones por un valor de $10,000$ dolares, pero en determinado momento decide dividirse en dos fábricas, una que produzca las telas por un valor de $1,000$ dolares, y otra que produzca únicamente los pantalones con las telas que adquiere, teniendo al final los mismos pantalones por el valor de $10,000$ dolares, más la producción de las telas por el valor de $1,000$ dolares, lo que podría hacer pensar que la producción total fue de $11,000$ dolares, sin embargo, esto no es así, ya que lo único que cambió fue la

[1] Producto Interno Bruto, el cual comprende todo lo producido por una región en un periodo de tiempo determinado.
[2] La balanza comercial comprende la diferencia entre las importaciones y exportaciones de una economía.

forma de producir los bienes finales (los pantalones), sin modificar el nivel de producción. El error cometido anteriormente nos enseña que la actividad económica de las empresas, así como el gobierno y otras entidades, no puede ser cuantificada por la producción total, si no más bien por su *valor añadido*, lo que implica que solo se considera el valor de producción que se *agrega* o *añade* a los bienes intermedios, considerando así únicamente a los bienes finales de la producción. Considerando lo anterior, es lógico pensar que la producción de la fábrica de telas no fue de $10,000$ dolares, si no de $9,000$, ya que se tiene que restar el valor de los insumos intermedios para poder obtener el valor añadido al producto final, y como desde la perspectiva de la fábrica de telas su producto final tiene un valor de $1,000$ dolares, entonces al final nos encontraríamos en la misma situación con un valor de producción total de $10,000$ dolares. Dado lo anterior, podemos ampliar la definición del PIB a la contabilización de los *valores añadidos* menos la contabilización de los *insumos intermedios*, teniendo como resultado la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=m}^{n} \text{Valores añadidos}_t - \sum_{i=m}^{n} \text{Insumos intermedios}_t \tag{1.4}$$

Lo que nos daría un calculo del PIB que nos permita evitar la doble contabilización, además de considerar a los productos finales únicamente (aunque por el momento no se están considerando los impuestos al valor agregado) [1].

1.1. Las diferentes variantes del PIB.

1.1.1. El Producto Interno Neto.

El PIB cuenta la producción de los bienes finales de una economía, pero no solamente los nuevos, ya que no está considerando la recompra de los bienes de capital que sufren depreciación durante un periodo de tiempo, por lo que para contrarrestar este problema, se planteó el *Producto Interno Neto* o PIN, que puede ser calculado mediante la siguiente expresión:

$$PIN = PIB - Depreciación(Consumo\ de\ capital) \tag{1.5}$$

Lo que nos daría la producción real de un país menos el costo de mantener los bienes de capital.

1.1.2. La Renta Nacional Bruta.

Como sabemos, el PIB comprende la producción total de valores añadidos menos los insumos para una región económica en un periodo determinado, sin embargo, también existen otros agregados que miden la producción desde perspectivas diferentes, como lo es la *Renta Nacional Bruta* (que también es denominada como *Producto Nacional Bruto*). La principal diferencia entre el PIB y la RNB radica en los ingresos percibidos por los trabajadores dependiendo de su ubicación, por lo que partiendo del PIB, se puede llegar a la RNB sumando el ingreso de los trabajadores que laboran en el exterior pero viven dentro del país y restar el caso contrario, que serían los ingresos de trabajadores que laboran dentro del país pero viven en el extranjero (un caso relativamente común sobre todo en países pequeños, como aquellos conformados por la Unión Europea). La Renta Nacional Bruta es equivalente al Producto Nacional Bruto cuando se descuentan los impuestos indirectos (como el impuesto al valor agregado), por lo que se puede plantear la siguiente igualdad:

$$RNB = PNB_{PM} - Impuestos\ indirectos \tag{1.6}$$

Donde PNB_{PM} es igual al Producto Nacional Bruto al precio de mercado, y al quitar los impuestos indirectos, tendríamos finalmente la igualdad:

$$RNB = PNB_{CF} \tag{1.7}$$

Donde PNB_{CF} es igual al Producto Nacional Bruto al costo de los factores.
La RN a su vez puede ser dividida entre *bruta* y *neta*, siendo esta última igual a la RNB descontando la depreciación de los factores, la cual además se divide en cuatro partes: los salarios, los beneficios de las empresas, los ingresos procedentes de los alquileres y los intereses netos[8]. Como es lógico, la RN coincide con el Producto Nacional Neto a coste de los factores, por lo que se puede plantear la siguiente igualdad:

$$PNN_{CF} = RN \tag{1.8}$$

1.1.3. La Renta Personal.

Por otra parte, podemos incluir una variante de la Renta Nacional, la Renta Personal (RP), la cual estaría conformada por las rentas o ingresos que llegan directamente a los trabajadores, por lo que para calcularla hay restar los beneficios que no llegan a las familias, como son los beneficios que no se distribuyen en forma de dividendos a los accionistas (BND), más los impuestos gubernamentales (TB), más los deducibles que van destinados a la seguridad social (TSS). Finalmente, para completar la ecuación hay que agregar los ingresos que lleguen a las familias pero que no provengan de su trabajo directo, como son las transferencias del estado (como las becas, seguros de desempleo, programas, etc) (TR) y la renta proveniente de los intereses pagados por el estado (IE)[8], lo que finalmente nos daría la siguiente expresión:

$$RP = RN - BND - TB - TSS + TR + IE \tag{1.9}$$

Se puede deducir una variante a partir de la RP, la cual sería la Renta Personal Disponible (RPD), que se diferencia de la RP ya que la primera conforma a todos aquellos ingresos directos e indirectos que llegan a las familias, pero no todos ellos pueden ser usados como gasto de consumo o pueden verse de forma liquida[3], a diferencia de la RPD, que es la que va a determinar las decisiones de consumo y ahorro de una familia, por lo que la RPD es igual a la RP menos los impuestos que afecten el ingreso de una familia, lo que da como resultado la siguiente ecuación:

$$RPD = RP - TD \tag{1.10}$$

1.1.4. La Renta Nacional Disponible.

A nivel macroeconómico, la Renta Nacional no es el único agregado que nos indica los ingresos disponibles que hay en un país, ya que hay que considerar a las transferencias que recibamos o enviemos del extranjero, como las remesas (dinero enviado por trabajadores en otras zonas económicas o países a familiares residentes de nuestro país), los prestamos, etc, por lo tanto, la Renta Nacional Disponible es igual a la Renta Nacional más las Transferencias Corrientes Netas provenientes del exterior (TRE), lo que da como resultado la siguiente ecuación:

$$RND = RN + TRE \tag{1.11}$$

Y si se consideran dichas transferencias extranjeras para la RP, entonces se puede modificar la ecuación 1.8 de la siguiente manera:

$$RP = RN - BND - TB - TSS + TR + IE + TRE \tag{1.12}$$

Por lo que tendríamos la renta personal en una economía abierta (con sector externo).

1.2. Los enfoques para calcular el PIB.

A pesar de que el PIB refleja la producción de un país o región económica en un periodo determinado, existen varias maneras de calcular el valor de esa producción, los cuales en teoría deberían dar el mismo resultado (al tratar de obtener lo mismo), sin embargo, algunos son más sencillos de calcular o más intuitivos que otros, siendo los analizados aquí los tres principales: el enfoque del *gasto*, el enfoque del *ingreso* o *renta* y el enfoque de la *producción*.

1.2.1. El enfoque del gasto.

En la primera parte del capítulo se mencionada que el PIB (Y) se compone del consumo, el gasto público, la inversión y el saldo de la balanza comercial, sin embargo, esta composición del PIB está hecha desde el punto de vista del gasto, por lo que desglosando cada parte de manera más especifica, encontramos las siguientes partes:

1. **Gasto en consumo (C)**: Equivale a las compras realizadas por las familias dentro de una economía, lo que determina sus preferencias de consumo y satisface sus necesidades. El gasto en consumo se refiere a las compras de bienes y servicios finales; el gasto en consumo tiende a ser más alto en economías desarrolladas (de aproximadamente 60 %-70 % del gasto total).

2. **Gasto en inversión privada (I)**: Equivale a las compras realizadas por las empresas del sector privado que funcionan para mantener e incrementar la actividad productiva del país. La inversión privada únicamente incluye el gasto en bienes de capital que posibiliten el continuar con el proceso productivo por parte de agentes que no provengan del gobierno. Generalmente, la inversión puede ser dividida en compra de bienes de capital, compra de existencias y compra de viviendas (ya que los inmuebles son considerados un gasto en inversión y no un gasto en consumo).

[3] El dinero líquido comprende a todos los billetes y monedas tangibles de una economía.

3. **Gasto público** (G): Equivale a las compras realizadas por el gobierno, ya sea de bienes o servicios para su uso. El gasto público generalmente comprende la compra de bienes de consumo o bienes de capital que compra el estado más los salarios de sus trabajadores directos e indirectos, sin embargo, el gasto público no toma en cuenta a las transferencias (como las pensiones y becas), ya que no se requiere nada a cambio del pago; puede ser dividido en dos componentes principales: el consumo público (C_G) y la inversión pública (I_G), por lo que puede ser determinado por la igualdad

$$G = C_G + I_G \tag{1.13}$$

Hasta este punto, los componentes del PIB que se han analizado constituyen el *gasto interior* (G_I) o *demanda interior* (D_I), por lo que se pueden plantear las siguientes igualdades recíprocas:

$$G_I = C + I + G \quad \Leftrightarrow \quad D_I = C + I + G \tag{1.14}$$

Generalmente, en las oficinas de estadísticas suelen desglosar al gasto público por sus componentes, de tal manera que podemos replantear la ecuación 1.15 como:

$$D_I = C + I + C_G + I_G \tag{1.15}$$

De igual forma, a la inversión total de una economía se le puede denominar *Formación Bruta de Capital* (FBK), por lo que la ecuación de demanda interior 1.16 puede volver a replantearse como:

$$D_I = C + C_G + FBK \tag{1.16}$$

Teniendo finalmente los componentes de una economía cerrada [10].

4. **Exportaciones netas** ($\bar{X}$): Equivale a las compras realizadas por agentes del sector exterior (otros países), menos las ventas realizadas por dichos agentes a nuestro país. Las exportaciones netas (también conocidas como el *saldo de la balanza comercial*) son consideradas actualmente, ya que prácticamente todas las economías suelen ser economías abiertas, que constantemente comercian con las demás. Si agregamos las exportaciones menos las importaciones al cálculo del PIB, obtendremos la siguiente ecuación:

$$PIB = C + I + G + X - M \tag{1.17}$$

De la cual se pueden sustituir a las exportaciones e importaciones por las exportaciones netas (ya que es lo mismo, como se mencionó anteriormente), teniendo:

$$PIB = C + I + G + \bar{X} \tag{1.18}$$

Bajo la descomposición de la ecuación 1.16, en la que se considera a toda la inversión de un país como FBK, podemos definir al PIB de un país de la siguiente manera:

$$PIB = C + C_G + FBK + \bar{X} \tag{1.19}$$

1.2.2. El enfoque del ingreso.

Esta forma de calculo del PIB se basa en los ingresos o retribuciones obtenidos por los agentes económicos dada su participación en el proceso productivo, el cual también es denominado como el *método del valor agregado*, ya que constituye las rentas generadas por los factores de producción. Desde esta perspectiva, el método del ingreso se compone de las siguientes partes:

1. **Remuneración de los asalariados** (R): Comprende los pagos tanto en efectivo como en especie entregados por los empleadores a los empleados, como retribución por su contribución en el proceso productivo de bienes y servicios durante un periodo de tiempo en el que se vaya a calcular el PIB.

2. **Consumo de Capital Fijo** (CKF): Comprende el valor a precios corrientes[4] de la reposición de los activos fijos o bienes de capital usados en el proceso productivo.

3. **Impuestos a Producción e Importación** (IPM): Comprende el valor añadido como carga tributaria por parte del estado al valor agregado, una vez que se evalúa el precio de mercado.

4. **Excedente de Explotación** (EE): La retribución al riesgo empresarial tomado por los accionistas e inversores. Se considera como las utilidades de las empresas constituidas como sociedades más el ingreso de los trabajadores independientes que no pertenezcan a estas sociedades [13].

Finalmente, se puede plantear la ecuación siguiente a partir de este método:

$$PIB = R + CKF + IPM + EE \tag{1.20}$$

[4] Precios actuales, sin descontar la inflación.

1.2.3. El enfoque de la producción.

Por último, tenemos al enfoque de la producción para el calculo del PIB, que se basa en la *agregación* de los aportes a la producción total de todos los agentes productores por cada nivel sectorial. Dicho de otra manera, se basa en el valor agregado que se le va añadiendo a los productos desde el sector primario hasta el sector terciario, terminando con el precio de mercado para los consumidores finales. Generalmente, las oficinas de estadísticas suelen ordenar a las actividades económicas de la siguiente manera:

Cuadro 1.1: Los niveles de producción en una economía.

$\Downarrow$ *Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura*
$\Downarrow$ *Pesca*
$\Downarrow$ *Explotación de Minas y Canteras*
$\Downarrow$ *Manufactura*
$\Downarrow$ *Producción y Distribución de Electricidad y Agua*
$\Downarrow$ *Construcción*
$\Downarrow$ *Comercio*
$\Downarrow$ *Transportes y Comunicaciones*
$\Downarrow$ *Productores de Servicios Gubernamentales*
$\Downarrow$ *Otros Servicios*

Fuente: Elaboración propia con datos de CEPAL.

El enfoque de la producción nos indica el aporte de cada sector de la producción, el cual está dado por el *valor agregado*, lo cual resulta ventajoso dado que se está evitando la doble contabilidad, al no sumar valores intermedios. Para Determinar el *Valor Bruto de Producción* (VBP) desde el punto de vista de los costos de producción, simplemente hay que sumar el *Consumo Intermedio* (CI) al *Valor Agregado Bruto* (VAB), por lo que se puede obtener la siguiente relación:

$$VBP = CI + VAB \tag{1.21}$$

Lo que a su vez implica que:

$$VAB = VBP - CI \tag{1.22}$$

Por lo que, en consecuencia, el VAB *sectorial* es igual al PIB sectorial, dando como resultado la siguiente ecuación:

$$VAB_i = PIB_i \tag{1.23}$$

Donde i es un sector económico. Por lo tanto, el PIB total de la economía es igual a la suma de los Valores Agregados Brutos sectoriales más los derechos de importación y los impuestos a los productos, dando la siguiente ecuación:

$$PIB = \sum_{i=1}^{n} VAB + DM + I_P \tag{1.24}$$

Donde n es el número de actividades económicas existentes en la economía e i es la *i-ésima* actividad económica.

Se debe considerar el hecho de que al calcular el PIB de una economía, los precios (P) y cantidades (Q) están implícitos, por lo que dichas magnitudes están expresadas en valores nominales (corrientes)[5] o reales (constantes)[6] [13], por lo que para calcular los valores del PIB a precios constantes hay que eliminar el efecto de la inflación, lo que se denomina como *proceso de deflactación*, el cual puede hacerse por dos métodos: *extrapolación* y *deflactación*, métodos que serán analizados con mayor detenimiento. Eliminar el efecto de la inflación implica que la ecuación 1.22 debe ser corregida a la siguiente expresión:

$$V\bar{A}B_i = V\bar{B}P_i - \bar{C}I_i \tag{1.25}$$

Siendo cada variable la misma para cada sector, pero expresada en términos constantes (precios reales) [13]. Por lo tanto, el PIB total de la economía a precios reales es igual a la siguiente expresión a partir de la ecuación 1.24:

$$\overline{PIB} = \sum_{i=1}^{n} \overline{VAB} + \overline{DM} + \bar{I}_P \tag{1.26}$$

[5] Valor del PIB a precios actuales.

[6] Valor del PIB descontando la inflación, a partir de un año base.

1.3. El crecimiento real del PIB.

Como se mencionó anteriormente, el PIB puede ser visto a precios constante y precios reales, sin embargo, ¿qué implican las diferencias de los precios? Generalmente puede verse un crecimiento en el valor del PIB, pero ese crecimiento puede ser *bueno* o *malo*, dependiendo de la naturaleza de este. Cuando la producción de un país crece en un periodo $t+1$ en volumen, entonces se puede ver al crecimiento del PIB como bueno, ya que creció el PIB real, mientras que cuando solo hubo un crecimiento del nivel de precios, con la producción constante en el periodo $t+1$, entonces no se puede decir que el producto de una economía haya crecido, siendo esa la diferencia principal y a su vez la importancia de diferenciar entre precios reales y precios constantes. Dado lo anterior, se puede plantear la siguiente ecuación:

$$[1+\frac{\text{Tasa de crecimiento del PIB real}}{100}]=\frac{[1+\frac{\text{Tasa de crecimiento del PIB nominal}}{100}]}{[1+\frac{\text{Tasa de crecimiento del deflactor del PIB}}{100}]} \tag{1.27}$$

La cual nos indica que para obtener la tasa de crecimiento del PIB en volumen o PIB real en términos de *tantos por uno*, simplemente hay que dividir la tasa de crecimiento del PIB nominal entre el deflactor[7] del PIB [1]. Como es de suponer, el crecimiento del PIB a precios corrientes tiene poca o nula relevancia económica, ya que no refleja un crecimiento de la producción en volumen, por lo que no se puede dimensionar cuanto ha crecido realmente la economía y tampoco saber si habrá un impacto positivo en el bienestar de la población.
Ahora, cuando queremos calcular el valor del PIB real, simplemente debemos considerar la producción de una economía comparada con un año base y no con el año actual. Imaginemos el siguiente ejemplo: supongamos que tenemos una economía que produce aviones y autos, y tenemos las siguientes cantidades y precios durante tres periodos:

Cuadro 1.2: Comparación de la producción por año a precios nominales y precios reales.

	2015		*2016*		*2017*	
	Cantidad (Q)	*Precio (P)*	*Cantidad (Q)*	*Precio (P)*	*Cantidad (Q)*	*Precio (P)*
Aviones	*100*	*10*	*90*	*11*	*110*	*12*
Autos	*50*	*8*	*60*	*9*	*70*	*10*

Fuente: Elaboración propia.

Si calculamos el PIB constante para cada periodo, obtenemos que para 2015 hubo una producción total de 1,400 para el año 2015, de 1,530 en 2016 y finalmente de 2,020 para el año 2017 a precios nominales. Ahora, si calculamos los valores a precios reales utilizando como año base el año 2015, entonces tendremos que el valor del PIB real para 2015 es de 1,400[8], mientras que para el año 2016 el valor total del PIB es de 1,380 y finalmente, para 2017 el PIB es de 1,660, por lo que claramente se puede notar que el crecimiento real en volumen es mucho menor cuando se quita la inflación de por medio.

A pesar de lo anterior, se debe ser precavido con los datos obtenidos a precios reales. Imaginemos la siguiente situación: Supongamos que hay un vendedor de comida que anualmente vende dos platillos, uno caro y uno barato, ahora, supongamos que en un periodo t produjo en total 100 platillos y para el periodo $t+1$ produjo la misma cantidad de platillos (100), pero ahora en proporción se vendieron más los platillos caros que los baratos. Al calcular el PIB a precios reales en el año $t+1$ encontraremos que hubo un aumento de este, sin embargo, el volumen no cambió. Dicha situación en realidad es bastante común en el calculo del PIB, debido a las variaciones constantes en los productos de consumo, sin embargo, se consideran como crecimiento real debido a que el incremento del PIB se refleja en la utilidad obtenida por parte de los consumidores. A pesar de lo mencionado anteriormente, existen formas de calcular la variación de los volúmenes de producción y la variación de los precios, las cuales son conocidas como *indices* (ya sea de precios o volumen).

1.4. Índices de precios y volumen.

Formalmente hablando, un indice de precios es conocido como *una media ponderada de las variaciones entre dos periodos de tiempo de las cantidades producidas de un grupo de bienes y servicios* [1], mientras que un índice de precios se refiere a lo mismo, *una media ponderada de la variación en dos periodos, pero ahora de los precios*. Los índices usualmente suelen adoptar un valor de 100, para representarlos en porcentaje, o de 1, para representarlos en *tantos por uno*, por lo que la nomenclatura puede causar confusión al lector, sin embargo, ambas

[7] El deflactor del PIB es un indice que nos indica cuanto ha crecido realmente la economía, descontando la inflación.
[8] Nótese que el valor del PIB para el año base siempre será el mismo en precios nominales y reales, debido a que es el año de referencia.

ponderaciones representan la misma cantidad, pudiendo ser usadas de manera libre por el/la economista sin que ello represente ningún cambio.
Para poder comprender los indices de manera más sencilla, hay que dejar en claro algunas relaciones matemáticas. La relación existente entre la cantidad/precio de un producto en el periodo $t+1$ con la cantidad o precio del mismo en el periodo t (por ejemplo: $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ o $\frac{P_{t+1}}{P_t}$) es conocida como el ratio entre cantidad o ratio entre precios, dependiendo del caso. Dichos ratios son, generalmente, el punto de partida de la mayoría de los indices utilizados para calcular esas diferencias, encontrándose diferencias únicamente en la ponderación dada a cada aspecto, a pesar de que la idea es la misma. Los cuatro principales índices que se analizarán a continuación son: El índice de ***Laspeyres***, el índice de ***Paasche***, el índice de ***Edgeworth***y el índice de ***Fisher***.

1.4.1. ¿Qué debe cumplir un índice para ser el idóneo?

En cuentas nacionales, usualmente se considera el *enfoque axiomático*[9], donde el índice que cumpla con la mayor cantidad de propiedades podrá ser considerado como el mejor estimador. Según el enfoque axiomático, los criterios básicos que debe cumplir un índice para poder ser considerado como el idóneo son los siguientes:

Cuadro 1.3: Principales criterios a cumplir por un índice

Denominacion	***Descripción***
C1	Positividad (Los vectores de precios deben ser positivos: $P(P^0, P^1, Q^0, Q^1) > 0$)
C2	Continuidad
C3	Identidad o precios constantes
C4	Canasta fija
C5	Proporcionalidad respecto a los precios del período corriente
C6	Proporcionalidad inversa respecto de los precios del período base
C7	Invariancia ante variaciones proporcionales de las cantidades corrientes
C8	Invariancia ante variaciones proporcionales de las cantidades del periodo base
C9	Reversion de productos
C10	Conmensurabilidad (El indice no debe cambiar si se modifica la unidad de medida)
C11	Reversion temporal
C12	Reversión de cantidades
C13	Reversión de precios
C14	Valor medio de los precios
C15	Valor medio de las cantidades
C16	Cotas de Paasche y de Laspeyres
C17	Monoticidad respecto de los precios del período corriente.
C18	Monoticidad respecto de los precios del período base.
C19	Monoticidad respecto de las cantidades del período corriente.
C20	Monoticidad respecto de las cantidades del período base.
C21	Reversion de los factores
C22	Aditividad

Fuente: Elaboración propia con datos de CEPAL.

Como es evidente, no todos los índices cumplen con estas características, de hecho, ningún índice las cumple actualmente, sin embargo hay algunos que se acercan más o menos de los siguientes a analizar.

[9]Se refiere a la capacidad que presenta un índice, sea cual sea este, para medir la capacidad que presenta de poder calcular la variación en un valor determinado.

1.4.2. El índice de Laspeyres.

Generalmente, el índice de Laspeyres es usado en las mediciones económicas como una medida de la variación del volumen, siendo una media ponderada del ratio de las cantidades entre el valor de ellas, lo que dicho de otra forma, es una media ponderada de los ratios de las cantidades producidas en la economía [1], la cual puede expresarse en la siguiente ecuación:

$$L_Q = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{Q_{it+1}}{Q_{it}} * V_{it}}{\sum_{i=1}^{n} * V_{it}} \tag{1.28}$$

Donde V_{it} es el valor de producción total y el periodo t como el año base con el que se va a comparar la variación de cantidades. El índice de Laspeyres también puede ser utilizado considerar la variabilidad en los precios, por lo que la ecuación 1.28 puede ser modificada a:

$$L_P = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{P_{it+1}}{P_{it}} * V_{it}}{\sum_{i=1}^{n} * V_{it}} \tag{1.29}$$

Ahora, regresando a la ecuación 1.28, sabemos que V_i es equivalente a $P_i * Q_i$, por lo que la ecuación puede ser simplificada de la siguiente manera:

$$L_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} \tag{1.30}$$

Siendo las ecuaciones 1.28 y 1.30 similares algebraicamente, por lo que utilizando cualquiera de ambas, se obtendrá el mismo resultado para calcular la variación de los precios/cantidades. Ahora, también se debe de considerar que el índice de Laspeyres es que presupone que las cantidades en el año base siempre son las mismas (razón por la que usualmente es utilizado para calcular variaciones en cantidades y no en precios) [14], por lo que dada dicha inconveniencia que puede ser poco realista a lo largo del tiempo, se implementó el índice de Paasche.
Imaginemos la siguiente situación: si suponemos que todos los precios en los periodos $P_t, P_{t+1}, ..., P_{t+n}$ tienen un incremento/decremento (no hay un solo periodo constante), en ese caso se puede replantear el índice de Laspeyres de la siguiente manera:

$$L_P + \Delta L_P = \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_{t+1} + \Delta P_{t+1}) * Q_t}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} \tag{1.31}$$

Para poder conocer la variación general del índice, simplemente hay que restar L_P de la expresión, teniendo como resultado:

$$\Delta L_P = \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_{t+1} + \Delta P_{t+1}) * Q_t - \sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * Q_t}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{t+1} * Q_t}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} \tag{1.32}$$

Y por lo tanto, la variación en porcentaje del índice será igual a la expresión [15]:

$$\frac{\Delta L_P}{L_P} * (100) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{t+1} * Q_t}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} * (100) \tag{1.33}$$

Principales ventajas/desventajas del índice de Laspeyres.

El índice es de fácil obtención, ya que solamente requiere los datos de cantidad (suponiendo que se quiera obtener el índice para precios) de un solo periodo, además de que se puede hacer una comparación más significativa, debido a que los cambios se pueden atribuir solamente a los movimientos en los precios, sin embargo, su primer ventaja es también su desventaja principal, ya que solamente pondera a los productos cuyos precios aumentan, lo que implica que no refleja los cambios en los patrones de compra a lo largo del tiempo [15].

1.4.3. El índice de Paasche.

Este índice es definido de manera recíproca al índice de Laspeyres, aplicando los valores a precios corrientes en el periodo $t + 1$ como ponderaciones, utilizando una media armónica[10] del precio y el ratio de las cantidades en lugar de la media aritmética. El índice en cuestión puede ser expresado con la siguiente ecuación:

$$P_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} V_{t+1} * \frac{P_t}{P_{t+1}}} \tag{1.34}$$

[10] La media armónica es un índice no ponderado que es igual a la inversa de la media aritmética.

Al igual que con el índice de Laspeyres, V_{it+1} equivale a $P_{it+1} + Q_{it+1}$, por lo que la ecuación 1.31 puede ser simplificada por la expresión siguiente:

$$P_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}} \tag{1.35}$$

Como se puede observar en la ecuación anterior, lo que permanece constante es la variación en los volúmenes de producción, teniendo un *inverso* del índice de Laspeyres, lo que de hecho resulta bastante útil si obtenemos la variación en volumen por el índice de Laspeyres y la variación de los precios por el índice de Paasche, por lo que se puede inferir que al obtener el producto de ambos índices en una sola ecuación, entonces habremos obtenido la variación en valor (precio por cantidad) de los bienes y servicios a precios corrientes (nominales) en una economía, lo que puede ser expresado de la siguiente manera:

$$L_Q * P_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t} * \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} V_t} \tag{1.36}$$

De hecho, la ecuación anterior nos muestra que la variación de un agregado a precios corrientes es igual a multiplicar el índice de volumen por el índice de precios. La ecuación anterior es utilizada comúnmente como "deflactor", por ejemplo, cuando se quiere obtener indirectamente el índice de volumen, por lo que se divide la variación relativa del valor entre el índice de precios calculo por el método de Paasche, lo que de hecho es una forma más sencilla de calcular el volumen, lo que puede verse de la siguiente manera:

$$L_Q = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} V_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} V_t}}{P_P} \tag{1.37}$$

Principales ventajas del índice de Paasche.

A diferencia del índice de Laspeyres, en este caso si se reflejan los cambios en los hábitos de compra de los consumidores, debido a que utiliza datos de cantidad para cada periodo de referencia, sin embargo, hay que considerar que la obtención de datos no es tan sencilla, además de que al utilizar cantidades diferentes, no es posible atribuir los cambios en el valor del índice solamente a los precios. Este índice sobrepondrá a aquellos productos que tengan una disminución en su precio [15].

1.4.4. El índice ideal de Fisher.

Como hemos visto anteriormente, tanto el índice de Laspeyres como el de Paasche tienen ventajas y desventajas, en la obtención de información y en sus resultados, por lo tanto, no existe ningún índice que cumpla todos los requisitos para ser el *ideal*. El índice de Laspeyres tiende a sobreponderar los bienes cuyos precios aumentan (darle *"más peso a la inflación"*), mientras que por el contrario, el índice de Paasche tiende a sobreponderar los bienes cuyos precios disminuyen (darle *"menor peso a la inflación"*), por lo que una forma de compensar dichas desventajas en ambos casos fue la de implementar el *índice ideal de Fisher*, que se basa en una media geométrica de los números índices anteriormente discutidos, por lo que en particular verifica el criterio de la inversión temporal y el criterio de la inversión de factores, teniendo la siguiente ecuación:

$$F_P = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * Q_t}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}\right)} \tag{1.38}$$

Sin embargo, a pesar de que este índice trata de compensar los problemas de los otros dos, en cuentas nacionales no es muy usado debido a que su interpretación sigue a discusión entre los economistas actualmente, motivo por el que no nos detendremos mucho a analizar este índice [15].

1.4.5. El índice de Marshall-Edgeworth.

Este índice en particular utiliza el método de agregación ponderada con un año base, donde el valor es tomado como la media aritmética de las cantidades del año base y el año actual, por lo que podemos obtener la siguiente ecuación:

$$ME_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{t+1} * (Q_t + Q_{t+1})}{\sum_{i=1}^{n} P_t * (Q_t + Q_{t+1}} \tag{1.39}$$

Dicha ecuación se basa en la idea de calcular una media tal que $Q_{t+1} = \frac{1}{2}(Q_t + Q_{t+1}$, lo que dicho de otra manera es que se está usando como ponderación la suma de las cantidades en el año base (constante) y el año actual (corriente) [15].

1.4.6. Medición de la inflación: El indice de Precios al Consumidor.

El IPC, como se le conoce por sus siglas, es una medida por la cual se calcula la evolución en la variación de los precios de los bienes de la canasta básica, la cual, dependiendo del país, está conformada por los bienes que se requieren para vivir durante un periodo de tiempo, aunque estos pueden variar de país a país. La forma de calculo de éste índice se basa en la metodología de Laspeyres, por lo que si se quiere calcular un índice correspondiente para un periodo $t+1$, la ecuación que se debe plantear es la siguiente:

$$IPC_{t+1} = 100 * \sum_{i=1}^{n} w_i IPC_{t+1} = 100 * \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{P_{t+1}}{P_t} \tag{1.40}$$

Donde la ponderación de algún bien w_i representa la cantidad del gasto que se está efectuando a dicho articulo. Generalmente, el IPC se utiliza como una medida para calcular la inflación, por lo que para calcular la tasa anual de inflación de un país simplemente hay que medir el cambio porcentual con una formula de tasas de crecimiento de la siguiente manera:

$$\Delta\pi = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}} \tag{1.41}$$

Donde $\Delta\pi$ es la variación en la inflación. De hecho, al utilizar un índice de Laspeyres para calcular el IPC, la ecuación anterior puede ser sustituida por la forma completa de ella, de la siguiente manera:

$$\Delta\pi = \frac{(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t})_t - (\frac{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t})_{t-1}}{(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_{t+1}}{\sum_{i=1}^{n} P_t * Q_t})_{t-1}} \tag{1.42}$$

Teniendo finalmente la variación en la tasa anual de inflación para una región determinada.
Ahora, el IPC también es utilizado frecuentemente en las cuentas nacionales para *deflactar* a las series temporales[11], lo que implica que, como ya se mencionó anteriormente, se elimina el efecto de la variación en los precios, expresando a la variable en términos reales [18], por ejemplo: si tenemos cambios nominales en el ingreso monetario, podemos expresar al ingreso monetario en términos reales implementando un cociente entre el ingreso nominal y el IPC, multiplicándolo por 100 para obtener el porcentaje, de la siguiente manera:

$$Y_{real} = \frac{\text{Ingreso nominal}}{IPC} * 100 \tag{1.43}$$

1.5. La tasa de interés nominal y real.

La tasa de interés puede ser definida de múltiples formas, pero por ahora la vamos a denominar como *el precio del dinero*. Cuando los agentes depositan su dinero en cuentas de ahorro en el banco, están prestando indirectamente su dinero al banco, por lo que la institución tras un periodo de tiempo le devolverá el dinero más el interés generado; lo mismo ocurre cuando pedimos un crédito bancario, siendo que la institución nos presta dinero, pero tras un periodo de tiempo determinado, tenemos que devolver ese dinero más la fracción que represente a la tasa de interés, por ejemplo: Si pedimos un préstamo de $100 dolares a pagar a un año con una tasa de interés del 10 %, al final del año tendremos que devolver esos $100 dolares más el 10 % de esa cantidad, lo que equivale a 10 dolares, pagando finalmente $110 dolares.
Imaginemos la situación opuesta, abrimos una cuenta de ahorros en el banco y guardamos $100 dolares a una tasa de interés del 10 % a un año, al final del año retiramos el dinero y tenemos en total $110 dolares, lógicamente nuestra riqueza aumento nominalmente hablando, pero ¿qué ocurrió con la riqueza real? Eso depende del nivel de precios de la economía. El dinero realmente vale por lo que puede comprar, $100 dolares siempre serán $100 dolares, pero ¿qué se puede comprar con esa cantidad? Depende del nivel de la inflación de la economía. Veamos los siguientes 3 escenarios:

1. **Economía sin inflación**: Al no haber un aumento en el nivel de precios, el valor real del dinero será el mismo, por lo que nuestra riqueza real es ahora mayor en 10 %.
2. **Economía con inflación del 10 %**: En este caso, habremos ganado un 10 % de interés del banco tras un año, pero los precios aumentaron de igual forma un 10 %, por lo que ambos efectos se anulan y nuestra riqueza real se mantendrá igual.
3. **Economía con deflación del 10 %**: En un caso en el que los precios bajaron, se puede decir que ahora nuestra riqueza real incrementó en un 20 %, ya que obtuvimos un 10 % por parte del banco, más la disminución de los precios del 10 %.

[11] Una serie temporal es aquella base de datos con observaciones a lo largo del tiempo, generalmente de variables macroeconómicas.

Ahora que conocemos los efectos de la inflación sobre la tasa de interés, podemos diferenciar entre tasa de interés nominal y tasa de interés real:

1. **Tasa de interés nominal**: Comprende el rendimiento bruto que obtendremos tras un préstamo de dinero (generalmente dado por una institución financiera y basado en la tasa de interés de referencia impuesta por el banco central).

2. **Tasa de interés real**: Comprende el rendimiento neto de la transacción hecha, ya que ahora estaríamos restando el efecto de la inflación.

Dado lo anterior, podemos definir a la tasa de interés real por medio de la siguiente expresión:

$$T_R = T_N - \pi \tag{1.44}$$

Donde T_R es la tasa de interés real, T_N la tasa de interés nominal y π la tasa de inflación observada [26].

1.6. La perdida de aditividad.

Las oficinas de estadística de cada país generalmente suelen modificar el año base de medición para calcular el índice de precios cada cierto tiempo, pero esto puede parecer un poco engorroso, ¿por qué no solo utilizar un año base ya definido para el resto de las series? Ya tendríamos los datos y simplemente habría que hacer algunas pocas modificaciones, ¿cierto? En realidad, el uso de un año base tan alejado del actual puede generar problemas con el nivel de precios, ya que entre más lejano sea el año base que se esté utilizando, se pueden distorsionar con mayor facilidad los resultados. Hay mercados que han cambiado de sobremanera en periodos relativamente cortos, como es el caso del mercado de los celulares, el cual ha tenido una tasa de crecimiento en volumen bastante alta, además de que su costo relativo ha cambiado constantemente, por lo que no tendría sentido comparar los precios de 2005 en un mercado que prácticamente no existía como lo es este en comparación a los precios que hay hoy, con la diferencia en este mercado (situación que ocurre en la mayoría de las ramas de actividades económicas, aunque con diferentes tasas de variación).
Para resolver el problema de la estructura de precios con un año fijo, generalmente se utiliza el método de *los índices encadenados* [1], el cual se basa en tres partes:

1. Las cuentas se calculan al precio del período anterior, ya que es una estructura de precios válida para ponderar las variaciones en cantidad durante el período corriente, obteniendo las variaciones en porcentaje, denominadas *cuentas a precios del año anterior*.

2. El siguiente paso es el *encadenamiento*, el cual se basa en multiplicar cada tasa con la siguiente, obteniendo de esta forma las series de las tasas de crecimiento, siendo que cada una de ellas tiene la estructura de precios del periodo anterior, el cual sería el más adecuado para la actual.

3. El último paso consiste en obtener la serie en valores absolutos, multiplicando la serie obtenida por el valor a precios nominales del año base, el cual generalmente es cambiado cada 5 años para evitar la distorsión de los valores.

Finalmente, tenemos índices que no son distorsionados por el cambio en los mercados a lo largo del tiempo (o al menos en un nivel mínimo), por lo que se pueden evitar sesgos en la medición del crecimiento económico de un país.

1.7. El PIB como medida de bienestar.

Como hemos visto hasta ahora, el PIB es probablemente la cuenta nacional más importante para el análisis macroeconómico, ya que nos indica todo lo que se ha producido en la economía en un periodo de tiempo, sin embargo, hay que considerar que como tal, esta variable es incapaz de medir el nivel de bienestar poblacional de una economía, ya que a pesar de saber el nivel de producción que ha tenido esta, no nos dice directamente como es que se maneja la distribución de los ingresos, o el nivel de precios que hay.
La importancia de este agregado macroeconómico radica en que a partir de el surgen muchos otros índices y estimaciones que posibilitan conocer el nivel de bienestar de la población, como es el caso de los índices de precios anteriormente analizados o los índices de igualdad social que se analizarán a continuación, ya que su desagregación hace uso de datos que se obtienen con el calculo del producto de un país. Si consideramos al PIB desde el enfoque del ingreso, entonces es posible desagregar los salarios de los trabajadores y ver la diferencia que hay entre el producto de una economía y la parte de este que van a ellos, además de poder analizar la distribución de los ingresos entre los diferentes sectores de la población, como se observa en la curva de Lorenz a continuación.

1.7.1. La curva de Lorenz.

Ciertamente la desigualdad social es un tema usualmente recurrente para los economistas, ya que es un factor que no solo influye negativamente en el crecimiento de una economía, si no que además suele mermar el desarrollo y el bienestar poblacional, por lo que constantemente se busca encontrar tanto formas de acabar con la desigualdad social como formas de medirla. Uno de los primeros trabajos en medir la desigualdad social en la sociedad es el *índice de Dalton* propuesto en 1920, y basado en el bienestar social, donde la ecuación propuesta era la siguiente:

$$D = 1 - \sum_{i=1}^{n} \frac{u(y_i)}{nu(\mu)} \tag{1.45}$$

Donde $y_1, y_2, ..., y_n$ son los ingresos observados para una muestra de la población que abarca hasta n y μ el promedio de ingresos de la distribución, lo que nos da una función concava en la que el índice siempre es positivo (a menos de que las observaciones sean iguales, en ese caso el índice será igual a 0), sin embargo, este indicador ha sido discutido ampliamente entre los economistas, ya que el indicador es invariante a transformaciones lineales positivas de la función de utilidad [23]; incluso si tan solo se quisiese medir la dispersión de las observaciones para calcular la desigualdad de la población, se puede hacer uso de la varianza, la cual se expresa por la ecuación:

$$V(x) = \theta_x^2 = (\frac{1}{n}) \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 \tag{1.46}$$

Pero el problema hasta ahora es que no se está reflejando el nivel de bienestar social, ya que en el hipotético caso de que el salario real se incrementase en la misma proporción, lógicamente el bienestar poblacional sería mayor, pero el valor de la varianza seguiría siendo el mismo, lo que la vuelve un indicador ineficiente. ¿Cómo resolver dicha situación de ineficiencia en el cálculo? El criterio para las curvas de Lorenz se basa en una función de la renta, en la que se obtiene la proporción de la renta-valga la redundancia-respecto del total. Para poder entenderla mejor, desarrollemos la idea completa matemáticamente:
Supongamos que tenemos una distribución de la renta en una población con N individuos, para cualquier vector de R^N, en el que todos sus componentes son estrictamente positivos, pudiendo existir de esta manera un reparto de la renta entre la población, lo que es igual a la expresión:

$$D_N^* = \{(x_1, x_2, ..., x_n) : x_i \leq 0, \; i = 1, ..., N; \textstyle\sum_{i=1}^{N} > 0\} \tag{1.47}$$

Donde tenemos que una permutación cualquiera de los factores ofrecería la misma distribución sin generar ningún cambio mas que el de la posición que ocupa cada receptor (lo que de hecho es conocido como axioma de simetría). Lo dicho anteriormente significa que si tenemos el conjunto de matrices de permutación de orden N igual a "$\prod_{NxN}$", se puede definir una equivalencia tal que:

$$x \approx y \quad \Leftrightarrow \quad x = \prod_{i=1}^{N} *y \quad , \quad \prod_{i=1}^{N} \in \prod_{i=1}^{N} (NxN) \tag{1.48}$$

Por lo que, ordenando a los vectores de menor a mayor, se puede escoger como representante canónico de las clases de equivalencia de la siguiente manera:

$$R_N = R_N^* / \approx \quad = \{(x_1, x_{2,...,x_N}) : x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_N\} \tag{1.49}$$

Por lo que, finalmente se puede definir al espacio vectorial de la distribución de la renta como:

$$R = \bigcup_{N=2}^{\infty} D_N \tag{1.50}$$

Ahora bien, una vez que tenemos el espacio de la renta, se puede definir la relación de *mayoración*[12], donde tenemos que x e y son distribuciones de renta, en las que si asumimos que x está mayorada por y (es decir, la distribución x es mayor que la distribución y), tal que $(x \prec y)$ si se presenta una función más igualitaria, lo que se puede ver de la siguiente forma:

$$x \prec y \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} x_i & \geq & \sum_{i=1}^{k} y_i \\ \sum_{i=1}^{k} x_i & = & \sum_{i=1}^{k} y_i \end{cases}, \quad k = 1, 2, ..., (N-1) \tag{1.51}$$

De la relación anterior se puede concluir que es algo restrictiva, ya que solo permite comparar distribuciones de renta en poblaciones con la misma cantidad n de individuos [22], donde la cantidad de recursos totales es la

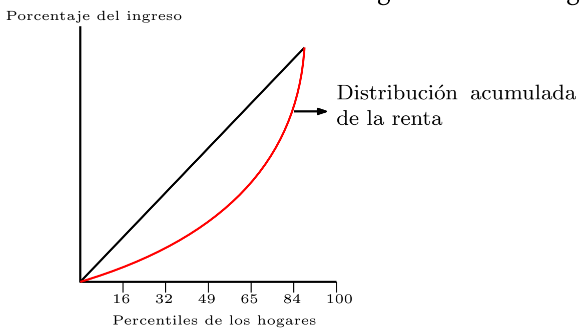
[12]El concepto de mayoración se refiere a una variable o función mayor que otra.

misma. Ahora, ya que tenemos el espacio de distribución de la renta, la curva propuesta en 1905 por Lorenz se basa en lo siguiente: Sea una variable x una distribución de renta del espacio D, entonces se pueden construir porcentajes acumulados de individuos y rentas repartidas, donde los vectores están ordenados de menor a mayor, siendo todos positivos y con una media aritmética $\bar{x}$, por lo que tenemos la expresión siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} P_0 = 0; \quad P_i = \frac{i}{N}, \quad i = 1, 2, ..., N \\ Q_0 = 0; \quad Q_i = \frac{1}{N\bar{x}} * \sum_{j=1}^{i} x_j, \quad i = 1, 2, ..., N \end{array}\right\} \tag{1.52}$$

Siendo la curva de Lorenz la poligonal que une a los puntos del conjunto $\{(p_i, q_i), i = 1, 2, ..., N\}$, de tal manera que entre mayor sea la cercanía de la curva a la diagonal del cuadrado en que se haya inscrita, entonces mayor será el nivel de reparto igualitario para la distribución en cuestión de la renta [24]. Gráficamente, la curva de Lorenz con un cierto nivel de desigualdad en los ingresos puede ser representada de la figura 1.1.

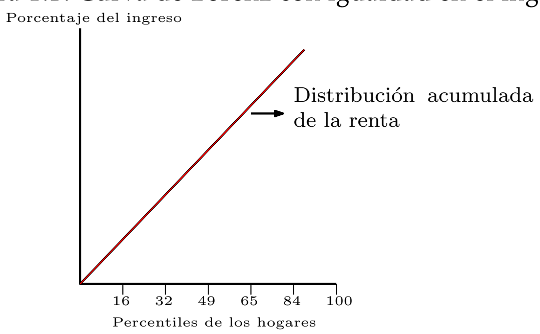
Figura 1.1: Curva de Lorenz con desigualdad en el ingreso.



Fuente: Elaboración propia.

En caso de tener una curva de lorenz con igualdad de ingresos perfectos, la gráfica se vería como en la figura 1.2.

Figura 1.2: Curva de Lorenz con igualdad en el ingreso.



Fuente: Elaboración propia.

Ahora, con la información obtenida anteriormente, es posible obtener el índice de Gini para conocer el nivel de desigualdad social de un país; de hecho, se puede decir que ambas estimaciones van de la mano, pero eso lo veremos en el siguiente punto.

1.7.2. El índice de Gini a partir de la curva de Lorenz.

El índice de Gini es conocido como un *índice de concentración del ingreso*, que se basa en conocer la desigualdad salarial para un conjunto de individuos; dicho índice es derivado a partir de la curva de Lorenz, pero no nos adelantemos tanto, primero que nada, el índice de Gini se basa en la idea de ordenar observaciones de menor a mayor sobre las cantidades acumuladas de cada sujeto y el ingreso que recibe, tal que $V_1 \leq V_2 \leq ... \leq V_n$, después, se ordenan las cantidades acumuladas del número de sujetos y la cantidad de ingresos que recibe cada uno de ellos, lo que puede ser expresado en la tabla 1.4.

La formula que fue presentada por el estadístico *Corrado Gini*, la cual se basa en el calculo que se obtuvo

Cuadro 1.4: Valores desagregados para el calculo del indice de Gini

Observación	*Valor obtenido (V)*	*Observaciones (i)*	*Ingresos acumulados (U)*	$P_i = \frac{i}{N} * 100$	$Q_i = \frac{U_i}{U_N} * 100$
1	V_1	1	$U_1 = V_1$	P_1	Q_1
2	V_2	2	$U_2 = V_1 + V_2$	P_2	Q_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	V_N	N	$U_N = \sum_{i=1}^{N} V_i$	P_N	Q_N

Fuente: Elaboración propia con datos de Vadulli.

de los coeficientes anteriores, es la siguiente:

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{N-1}(P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} P_i} \tag{1.53}$$

Lo que a su vez es igual a:

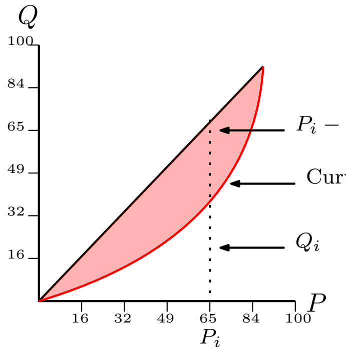
$$I_G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N-1} Q_i}{\sum_{i=1}^{N-1} P_i} \tag{1.54}$$

De la ecuación anteriores se puede concluir que el valor del índice de Gini va a oscilar entre 0 y 1, siendo 0 el valor de máxima equidad en la distribución del ingreso observada, y de manera contraria, si hay una distribución sumamente desigual, el índice va a tender a 1. Matemáticamente, tendríamos lo siguiente:

$$0 \leq I_G \leq 1 \tag{1.55}$$

Se puede obtener un índice de Gini un poco más exacto partiendo de la curva de Lorenz, ya que como sabemos ambos índices nos dan una interpretación de la concentración del ingreso. Basado en la figura 1.1, se puede obtener la figura 1.3.

Figura 1.3: Curva de Lorenz para calcular el índice de Gini.



Fuente: Elaboración propia.

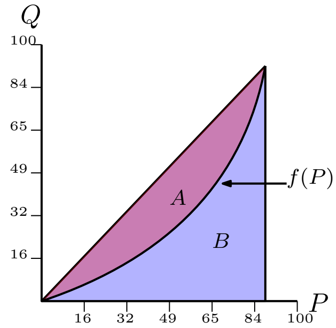
Como es evidente hasta este punto, la curva de Lorenz nos grafica el valor obtenido mediante el índice de Gini, pero ¿como llegamos a ese valor a partir de la gráfica que se obtiene? En realidad es muy sencillo, ya que lo que queremos calcular es el área bajo la curva, lo que es igual a una integral definida entre 0 y 1. De hecho, diversos autores han afirmado que un índice de Gini de 0.25 anularía todos los efectos inflacionarios, aunque eso será analizado en capítulos posteriores. Si le damos continuidad a los puntos de la curva de Lorenz, el índice de Gini puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\lim_{\Delta P \to 0} = \frac{\lim_{\Delta P \to 0} \sum_{i=1}^{n}(P_i - Q_i) * \Delta P}{\lim_{\Delta P \to 0} \sum_{i=1}^{n} P_i * \Delta P} \tag{1.56}$$

Lo que geométricamente representaría la siguiente expresión:

$$I_G = \frac{\text{Área } A}{\text{Área } A + \text{Área } B} \tag{1.57}$$

Figura 1.4: Áreas bajo la curva a calcular para obtener la diferencia.



Fuente: Elaboración propia.

Catalogando a las áreas bajo la cura en cuestión como se ve en la figura 1.4 [25].

Aplicando un poco de cálculo, podemos definir a la ecuación para obtener el área bajo la curva de la siguiente manera:

$$I_G = \frac{\frac{1}{2} - \int_0^1 f(P)\, dP}{\frac{1}{2}} \tag{1.58}$$

La cual se encuentra dividida entre dos debido a que estamos calculando el área de un triángulo, y si simplificamos la expresión anterior, podemos obtener la siguiente ecuación:

$$I_G = 1 - 2\int_0^1 f(P)\, dP \tag{1.59}$$

A partir del método de mínimos cuadrados ordinarios es posible obtener un estimador del índice de Gini, el cual es propuesto por Rolly Buccioni [25], dado lo siguiente: Sabiendo que la función obedece a la estructura $Q = P^{\alpha}$ para valores de $0 \geq \alpha \geq 1$, por lo tanto, se puede estimar un modelo funcional dado por la ecuación:

$$Q = f(P) = P^{\alpha} + \varepsilon \tag{1.60}$$

Luego, al linealizar el módelo en cuestión mediante la aplicación de logaritmos naturales[13], se obtiene la siguiente ecuación:

$$LnQ = \alpha * Ln(P) + Ln\varepsilon \tag{1.61}$$

Y por lo tanto, aplicando el procedimiento de mínimos cuadrados, se puede obtener el estimador, tal que la ecuación resultante es:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ln(P) * Ln(Q)}{\sum_{i=1}^{n} (Ln(P))^2} \tag{1.62}$$

Dado el cálculo anterior, es posible encontrar una estimación del exponente de la función de Lorenz para que a partir de ella se pueda obtener el índice de Gini [25], el cual quedaría definido por la ecuación siguiente:

$$I_G = 1 - 2\int_0^1 P^{\alpha}\, dP = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \tag{1.63}$$

Obteniendo finalmente un índice de Gini que se encuentra sustentado por la aplicación del cálculo diferencial y la econometría (en particular, el estimador de MCO[14]).

[13]Un logaritmo natural es una tasa de cambio en base e.

[14]MCO se refiere a la abreviatura dada para el estimador de mínimos cuadrados ordinarios, el cual fue usado para calcular un índice de Gini mediante la curva de Lorenz.

2

La macroeconomía neoclásica.

Los sistemas económicos neoclásicos son basados principalmente en ideas marginalistas, siendo una escuela del pensamiento económico que revolucionaba las ideas mercantilistas, siendo los principales exponentes de la teoría económica neoclásica Carl menger (Principios de economía política), Alfred Marshall (Precios y producción), William Stanley Jevons (Principios de economía), Leon Walras (Elementos de una economía política pura), Irving Fisher (la teoría del interés) y Arthur Pigou (Economía del bienestar). Esta visión surge de los supuestos microeconómicos usuales, en los que hay una oferta y una demanda que sigue los principios de maximización hasta llegar a un punto de equilibrio, lo que a nivel macroeconómico es visto como la *oferta y demanda agregadas*. Este capitulo nos será útil para analizar como funciona el mercado de trabajo, como se maximizan los beneficios y como se maximiza la producción de una economía bajo estos supuestos neoclásicos y otros que iremos agregando poco a poco durante el desarrollo de estos puntos.

2.1. ¿Cómo funciona el trabajo bajo supuestos neoclásicos?

Para analizar la producción y la economía a nivel macroeconómico, es necesario conocer como se maneja el mercado de trabajo bajo los supuestos microeconómicos clásicos. Para poder comprender de mejor manera la forma en la que se coordina la oferta y demanda de trabajo, es necesario saber como es que cada agente por si mismo decide incorporarse al mercado de trabajo, bajo los supuestos clásicos de maximización de utilidad, por lo que a continuación analizaremos el caso de un solo individuo decidiendo si trabaja o mantiene un nivel de ocio.

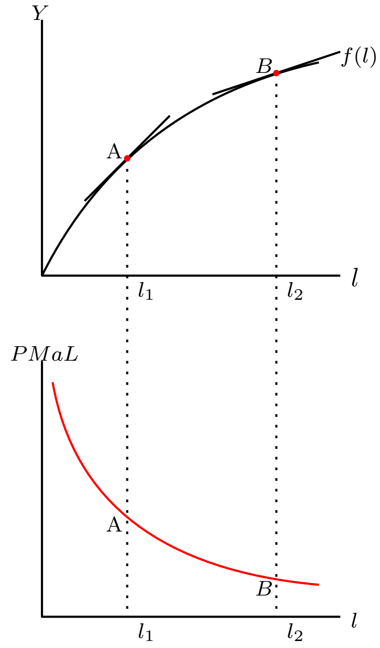
2.1.1. La economía de un solo individuo.

El análisis económico convencional se basa principalmente en abstracciones y simplicidad, las cuales tienen un poder explicativo de la realidad que nos rodea. En este caso en particular, tenemos a un solo individuo que tiene dos opciones: trabajar o descansar (Barro utiliza el ejemplo de Robinson Crusoe, que al encontrarse en una isla el solo, entonces debe decidir cuanto trabaja y cuanto consume [27]), por lo que debe encontrar un nivel de trabajo y ocio que le satisfaga al máximo. En este modelo es posible analizar los cambios que puede haber si ocurren situaciones como el *efecto riqueza* y el *efecto sustitución*. El modelo más básico de una función de producción para un único tipo de unidad económica hace una abstracción y combina a la mano de obra de las empresas con las actividades de consumo y producción de las economías domésticas, por lo que nos referiremos a este tipo de unidad económica como *economía doméstica*, lo que será bastante útil para poder saber como es que se maximiza esta producción. Sabemos que la cantidad de bienes o servicios (Y_t) estarán en función del trabajo (l_t) , tal que:

$$Y_t = f(l_t) \tag{2.1}$$

Lo que nos indicaría la cantidad total de bienes de una economía en un periodo de tiempo determinado (aunque por ahora no se va a considerar el capital como un factor de producción). El equivalente de la ecuación anterior para las economías reales es el PNB, que no solo considera bienes físicos, si no también servicios. Sabemos que el trabajo es productivo, es decir, que entre más esfuerzo (l) haya, entonces habrá una mayor cantidad de producto, de lo cual podemos denominar a la producción generada por una unidad más de trabajo como productividad marginal del trabajo ($PMaL$), la cual también sabemos que es decreciente, ya que los trabajadores lógicamente se cansan después de un cierto tiempo de trabajo, por lo que si representamos en una gráfica el producto generado por una unidad adicional de trabajo y además de eso, también graficamos el nivel de productividad marginal en el tiempo, podemos ver que hay una relación entre ambas variables, como se ve en la figura 2.1.

Figura 2.1: Relación entre productividad marginal y el nivel de producto de una economía domestica.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

De dicha figura podemos inferir que para cada nivel de productividad marginal $PMaL$ el aumento que haya en el producto será menor. Pensémoslo con el siguiente ejemplo: Imaginemos que tenemos que cortar madera para una pequeña granja, lógicamente cuando empecemos a trabajar, la cantidad de madera que obtengamos con poco esfuerzo será bastante, pero a medida que vaya transcurriendo el día y sigamos trabajando, cada vez estaremos más cansados, hasta el punto en el que tendremos que esforzarnos demasiado para obtener solo un trozo de madera. Nuestro producto por cada unidad de trabajo cada vez será menor, hasta que lleguemos a un límite. Observe que para el primer punto l_1, la pendiente de la curva de producción es más elevada, así como la pendiente de la linea tangente que pasa junto a la curva, y para un nivel de trabajo l_2 el producto es mayor, pero la cantidad de este por cada unidad adicional de trabajo es menor en proporción a l_1, por los *rendimientos decrecientes*. ¿Qué pasaría si ocurriese un choque (shock) tecnológico en esta economía doméstica? La figura 2.1 nos indica la producción bajo un cierto nivel de tecnología, pero si ese nivel de tecnología aumenta en un momento dado, la curva de productividad marginal se va a desplazar hacia arriba, mientras que la curva del producto elevará su pendiente, lo que dicho de otra manera implica que para los mismos niveles de esfuerzo que realiza un trabajador, el producto que genera ahora es mayor, como se observa en la figura 2.2.

Como puede observarse en la figura 2.2, si implementamos el supuesto de una mejora tecnológica, entonces es posible verlo reflejado con un aumento, tanto del producto como de la productividad marginal, por lo que, lógicamente la curva de la función del producto ahora tendrá una pendiente mayor, mientras que la curva de la $PMaL$ se desplazará hacia arriba.

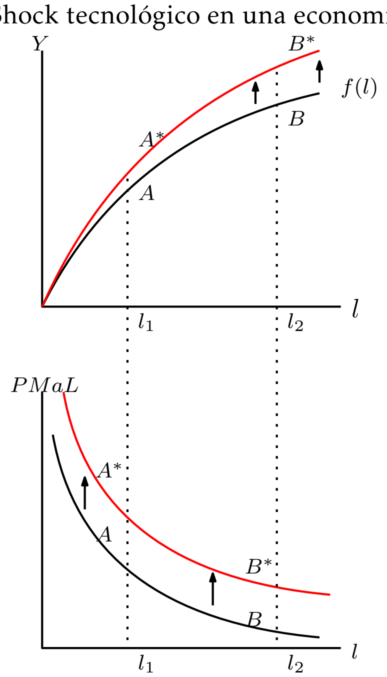
2.1.2. Las preferencias del consumidor.

Trabajemos bajo el supuesto de que un solo individuo va trabajar como su propia economía domestica, en la que solo tiene la opción de trabajar o descansar, por lo cual tiene que consumir todos los bienes que produce (imaginemos el caso de Robinson Crusoe, que al estar varado en una isla, solo tiene la opción de ir a buscar alimento o cazar animales para consumirlos.)[27], por lo tanto, el consumo es igual a lo producido, lo que está en función del trabajo total (o esfuerzo total), por lo que podemos plantear la siguiente ecuación:

$$C_t = Y_t = f(l_t) \tag{2.2}$$

Donde sabemos que C_t es el consumo en un periodo de tiempo, el cual debe ser el mismo a la cantidad producida en ese mismo periodo. Por ahora vamos a suponer que el nivel de tecnología se mantiene constante.

Figura 2.2: Shock tecnológico en una economía domestica.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Un solo individuo tiene dos opciones: Trabajar o descansar para cada periodo de tiempo, siendo que el tiempo de descanso (ocio) le genera utilidad. Generalmente se calcula a la utilidad de un solo individuo como la diferencia entre las horas de ocio y las horas de trabajo dedicadas en un día, bajo el supuesto del rendimiento marginal decreciente, el cual nos dice que en tanto un individuo trabaje, al principio será muy productivo, pero a medida que continue laborando a lo largo del día, comenzará a cansarse, lo que implicará que cada vez sea un poco menos productivo. Si aplicamos un poco de matemáticas a lo anterior, entonces podemos decir que la utilidad de un solo individuo está en función de su consumo (c) y su trabajo (l), tal que:

$$U_t = f(c, l) \tag{2.3}$$

Para saber cuales serán las decisiones que tomará un individuo sobre sus horas de trabajo y horas de ocio, vamos a partir del supuesto de que es un agente racional, lo que implica que va a maximizar su utilidad (hará lo que lo hará más feliz en el periodo de tiempo t). Como vimos en la ecuación 2.3, sabemos que la utilidad del individuo depende de su consumo y su trabajo, pero hay que considerar que el consumo tiene una utilidad positiva, mientras que el trabajo tiene una utilidad negativa, es decir:

$$U_t = f(\underset{(+)}{c}, \underset{(-)}{l}) \tag{2.4}$$

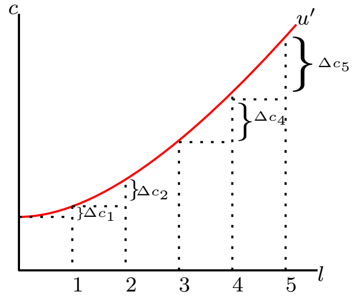
Por lo tanto, si el consumidor quiere mantener un cierto nivel de utilidad que sea estable en el tiempo, tiene que consumir y mantener ocio, pero también debe trabajar (para poder consumir), y si consideramos que la utilidad generada por una unidad adicional en su consumo va siendo menor en el tiempo, entonces para poder compensar una hora de ocio perdida por el trabajo, su consumo debe ser cada vez mayor proporcionalmente. Si se parte de un momento inicial, en el que el consumo es bajo y el ocio es alto, entonces habrá incentivos para que la persona trabaje más horas y pueda consumir más, pero si el consumo ya es alto y las horas de ocio son muy pocas, lo que implica que cada vez estará dispuesto a trabajar menos. Dicha situación puede verse en la figura 2.3.

En todos los puntos de la figura 2.3 se tiene un mismo nivel de utilidad, por lo que el consumidor va a ser indiferente cualquier combinación de trabajo y consumo, por lo que podemos denominar a la gráfica como *curva de indiferencia*. Algo importante a destacar es que el consumo que mantiene un mismo nivel de utilidad para un mayor esfuerzo laboral (medido en horas de trabajo) tiene que ser mayor, es decir:

$$\Delta c_1 < \Delta c_2 < ... < \Delta c_n \tag{2.5}$$

Por lo que la pendiente de la curva de indiferencia incrementa con cada nivel de consumo y trabajo. Ahora, sabemos que todos los puntos generan la misma utilidad, pero ¿qué pasaría si la curva se mueve por encima o por debajo del punto c_0? Si nos desplazamos por debajo de c_0 a c_{-1} la utilidad obtenida será menor, aunque la

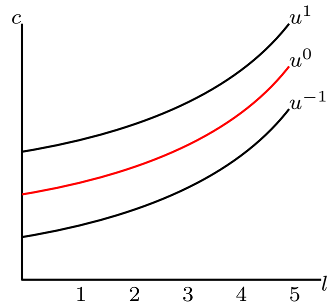
Figura 2.3: Aumento en el consumo para un mismo nivel de utilidad.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

relación entre cada punto de consumo y esfuerzo laboral seguirá siendo constante, mientras que si nos desplazamos por encima de c_0 a c_1 tendremos una curva con mayor utilidad. Lo dicho anteriormente es expresado en la figura 2.4

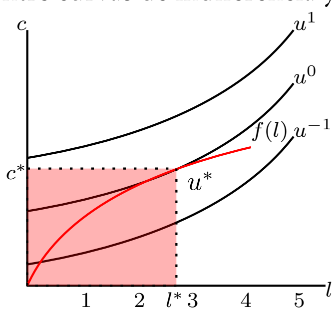
Figura 2.4: Diferentes curvas de indiferencia con diferentes niveles de utilidad.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Como vemos, el nivel de trabajo se mantiene constante, mientras que el consumo se eleva (o contrae), lo que genera cambios en la utilidad, pero dentro de cada curva, esa utilidad es constante. ¿cómo se escoge que curva de indiferencia tomará en cuenta el consumidor? En realidad eso depende de sus restricciones, las *"oportunidades"*que tiene, basadas en la función de producción. Dicho de otra manera, un consumidor puede trabajar más y mantener su nivel de utilidad mientras mantenga un mayor nivel de consumo, sin embargo, la cantidad de producto que pueda consumir estará definida por su trabajo, y si recordamos los rendimientos decrecientes, entonces podemos suponer que para un alto nivel de trabajo su productividad marginal será menor, por lo que si unimos las gráficas de la función de producción y la función de utilidad, tendremos la figura 2.5

Figura 2.5: Combinación entre curvas de indiferencia y la función de producción.

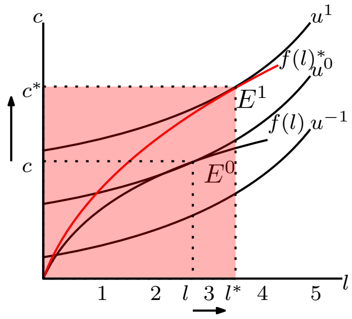


Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

De la figura 2.5 podemos saber varias cosas. El área roja comprende todas las *combinaciones posibles* de trabajo y consumo, dado un nivel de tecnología y la productividad del consumidor, siendo el punto u^* el nivel máximo de utilidad que puede alcanzar, por lo que esa curva de indiferencia u^0 es la más alta que se puede obtener. Sin embargo, si el consumidor decide seguir trabajando, su productividad marginal seguirá bajando, lo que implica que el consumo que puede obtener de los siguiente niveles de esfuerzo laboral ya no va a compensar el mismo nivel de utilidad, razón por la que el punto u^* le da la máxima utilidad posible. Imaginemos las siguientes situaciones:

1. ¿Qué pasa si hay un incremento en la productividad marginal del consumidor?
   Imaginemos que hay un shock tecnológico positivo (por ejemplo: El consumidor renovó sus herramientas de trabajo por unas más modernas, que le permiten trabajar más fácilmente), en ese caso, la curva de la función de producción se va a elevar (ya que la curva de productividad marginal se va a desplazar hacia arriba), lo que implicará que ahora se buscará una nueva curva de utilidad más alta, tal como se ve en la figura 2.6

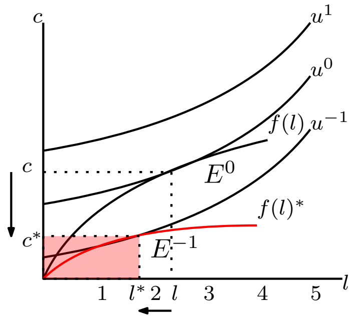
Figura 2.6: Incremento en la función de producción.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

2. ¿Qué pasa si hay un decremento en la productividad marginal del consumidor?
   Ahora vamos a imaginar que el consumidor tiene un percance (sus herramientas se rompen, sufre un accidente y ya no puede trabajar de manera tan eficiente, entre otras situaciones), en ese caso la curva de la función de producción ahora va a caer (y la curva de productivdadd marginal se va a desplazar hacia abajo), por lo que ahora se buscará una nueva curva de indiferencia que pueda dar un máximo nivel de utilidad, aunque ahora será más bajo, como se ve en la figura 2.7.

Figura 2.7: Decremento en la función de producción.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Básicamente, el efecto para ambos casos será el mismo, pero en sentido contrario. Si la función de producción eleva su pendiente, entonces el consumidor podrá buscar nuevos niveles de utilidad, mientras que por el contrario, si la función de producción baja su pendiente, entonces se tendrá que encontrar un nivel de trabajo y utilidad más bajos, en una curva de indiferencia menor. Estas situaciones serán mayormente analizadas cuando veamos el *efecto sustitución* más adelante.

Ahora bien, ¿Cómo podemos calcular el punto exacto en el que la función de producción logrará el máximo nivel de utilidad para el consumidor?

2.1.3. La elección optima del consumidor.

De manera general, sabemos que el consumidor va a trabajar en base a su tiempo disponible y su productividad marginal, y para obtener el mayor nivel de utilidad posible, va a *maximizar* su utilidad. Primero que nada, sabemos que su utilidad es una función del consumo c y el trabajo l (o esfuerzo laboral), además de ello, sabemos que, dada la tecnología disponible, su consumo está sujeto a su función de producción. Por lo tanto, la elección optima del consumidor de trabajo l, consumo c, ocio h formalmente estará dada por el siguiente problema:

$$\underset{c,l}{Max}\, U = u(c,l) \tag{2.6}$$

Sujeto a las restricciones:

$$y = f(l), \tag{2.7}$$

$$c \leq y \tag{2.8}$$

Sin embargo, sabemos que el consumidor quiere maximizar su utilidad, por lo tanto debe consumir-valga la redundancia-el máximo posible, lo que implica que la ecuación 2.12 sea modificada a $c = y$.
Para resolver este problema de maximización, existen dos métodos que se pueden aplicar: *substitución* y el *multiplicador de Lagrange* [28].

Substitución de factores

Si resolvemos substituyendo factores podemos llegar a una ecuación objetivo sin restricciones (aunque esto no siempre es posible). En este problema, estamos considerando que $c = y$, y si sabemos que $y = f(l)$ entonces podemos suponer que $c = f(l)$, por lo tanto, como c se encuentra en la ecuación objetivo, podemos substituir, por lo que tendríamos:

$$\underset{l}{Max}\, U = u[f(l), l] \tag{2.9}$$

Y por lo tanto, ya no tenemos restricciones para este problema, por lo que para escoger la elección optima para el consumidor, simplemente derivamos respecto a las variables que tengamos (en este caso, respecto a l) e igualamos la ecuación a cero, para obtener la *condición de primer orden* (CPO), tal que:

$$\frac{d}{dl}\left\{u[f(l^*), l^*]\right\} = u_1[f(l^*), l^*]f'(l^*) + u_2[f(l^*), l^*] = 0 \tag{2.10}$$

Como puede verse, en este caso se está derivando por la regla de la cadena. Por otra parte, la función de producción $y = f(l)$ puede tener varias formas funcionales, supongamos que es una función Cobb-Douglas $y = AK1 - \alpha l^{\alpha}$, si suponemos que el capital $K = 1$, entonces la función de producción sería $y = Al^{\alpha}$. Ahora supongamos que la utilidad tiene la forma funcional $u(c, l) = ln(c) + ln(1 - l)$, por lo tanto, podemos replantear a la ecuación con sus respectivas restricciones de la siguiente manera:

$$\underset{c,l}{Max}\, u(c, l) = ln(c) + ln(1 - l) \tag{2.11}$$

Sujeto a las restricciones:

$$y = Al^{\alpha}, \tag{2.12}$$

$$c = y \tag{2.13}$$

Por lo tanto, como sabemos que $c = y$, podemos suponer que $c = Al^{\alpha}$, y si consideramos esa ecuación en la función objetivo, tendríamos que ahora, nuestra ecuación a maximizar es la siguiente:

$$\underset{l}{Max}\, u(c, l) = ln(Al^{\alpha}) + ln(1 - l) \tag{2.14}$$

Derivando por la regla de la cadena, obtendríamos la condición de primer orden:

$$\left(\tfrac{1}{A(l^*)^{\alpha}}\right)(A\alpha(l^*)^{\alpha-1}) + \frac{-1}{1 - l^*} = 0 \tag{2.15}$$

Desglozando a la ecuación, tenemos que el primer termino entre paréntesis viene de $u(c, l) = \frac{1}{c}$, sabiendo que $c = Al^{\alpha}$ como habíamos establecido antes, el segundo termino en la ecuación es por la regla de la cadena, siendo la función de producción $f(l)$ derivada. Cancelando términos, tendríamos la siguiente expresión:

$$\frac{1}{l^*} = \frac{1}{1 - l^*} \tag{2.16}$$

Ahora, multiplicando de forma cruzada y resolviendo para l^*, tendríamos:

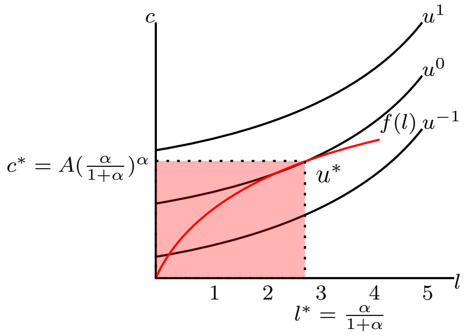
$$l^* = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \tag{2.17}$$

Por lo que finalmente tendríamos la ecuación del trabajo óptimo. Finalmente, sabemos que $c = Al^{\alpha}$, por lo que si substituimos en la ecuación del trabajo óptimo l^*, tendremos que la ecuación de consumo óptimo es:

$$c^* = A(\frac{\alpha}{1 + \alpha})^{\alpha} \tag{2.18}$$

Gráficamente, el nivel de trabajo y consumo encontrados pueden verse como en la figura 2.8

Figura 2.8: Trabajo y consumo óptimos para un consumidor.



Fuente: Elaboración propia con datos de Doepke, M.

Multiplicador de Lagrange.

La técnica de substitución de variables e igualación a 0 generalmente suele ser la más sencilla, pero puede dificultarse cuando tenemos múltiples variables, por lo que también es posible. Por ejemplo, imaginemos que tenemos la siguiente restricción:

$$c + ln(c) = 10 + l + ln(1 - l) \tag{2.19}$$

En ese caso, es imposible resolver por substitución de factores, ya que no hay variables libres, por lo tanto, el problema puede ser tratado con un Multiplicador de Lagrange. En este caso, estamos trabajando con el mismo problema:

$$\underset{c,l}{Max}\, u(c, l) \tag{2.20}$$

Sujeto a la restricción (ya substituida):

$$c = f(l) \tag{2.21}$$

Por lo que el primer paso para trabajar con un multiplicador de Lagrange es igualar a cero la función, teniendo:

$$c - f(l) = 0, \quad o \quad f(l) - c = 0 \tag{2.22}$$

Ambos despejes anteriores son correctos y pueden ser tratados de igual manera para el siguiente paso, sin embargo, recordemos que queremos calcular el máximo nivel de utilidad, por lo que sería lógico pensar que c genera mayor utilidad que $-c$, por lo tanto, el despeje que se usará será el de $c - f(l) = 0$. El siguiente paso será escribir una función denominada *Lagrangeano*, que incluye a la restricción en cuestión de la siguiente manera:

$$\Im(c, l, \lambda) = u(c, l) + \lambda[c - f(l)] \tag{2.23}$$

Donde tenemos a la función original más una variable λ, la cual incluye a la(s) restricción(es) de la ecuación. De hecho, la cantidad de multiplicadores de Lagrange que se utilicen dependen de la cantidad de restricciones que tengamos para una ecuación, por ejemplo: si hubiese dos restricciones, en ese caso tendríamos λ_1 y λ_2 [28].

El siguiente paso será obtener las condiciones de primer orden (CPO), por lo que derivaremos parcialmente para cada variable e igualaremos a cero de la siguiente manera:

$$\text{CPO } (c): \quad \frac{\partial}{\partial c}[\Im(c^*, l^*, \lambda^*)] = u_1(c^*, l^*) + \lambda^*[-1] = 0 \tag{2.24}$$

$$\text{CPO } (l): \quad \frac{\partial}{\partial l}[\Im(c^*, l^*, \lambda^*)] = u_2(c^*, l^*) + \lambda^*[f'(l^*)] = 0 \tag{2.25}$$

$$\text{CPO } (\lambda): \quad \frac{\partial}{\partial \lambda}[\Im(c^*, l^*, \lambda^*)] = f(l^*) - c^* = 0 \tag{2.26}$$

Ahora, para eliminar la variable λ, simplemente hay que igualar las ecuaciones 2.24 y 2.25, es decir, $\lambda = \lambda$ despejando λ de la siguiente manera:

$$u_1(c^*, l^*) = \lambda \quad \text{y} \quad -\frac{u_2(c^*, l^*)}{f'(l^*)} = \lambda \tag{2.27}$$

Por lo que, ambas ecuaciones combinadas nos darían lo siguiente:

$$u_1(c^*, l^*) = -\frac{u_2(c^*, l^*)}{f'(l^*)} \tag{2.28}$$

Esta expresión anterior puede ser reordenada de la siguiente manera:

$$f'(l) = -\frac{u_2(c^*, l^*)}{u_1(c^*, l^*)} \tag{2.29}$$

Y a la ecuación 2.29 la conoceremos como la *condición de eficiencia*, denotada por $f'(l)$, que es la *productividad marginal del trabajo PMaL* y la relación marginal de sustitución, expresada por la utilidad marginal del ocio (representado como $1 - l$)[1] y la utilidad marginal del consumo. Esta ecuación básicamente nos dice como varía la utilidad cuando cambia el ocio, por lo tanto, podemos reescribir a la ecuación 2.29 de la siguiente manera:

$$RMS = \frac{UMa_{1-l}}{UMa_c} \tag{2.30}$$

De lo anterior podemos derivar algunas cuestiones lógicas. Primero que nada, la relación marginal de sustitución RMS es la forma algebraica en la que se construyen las curvas de indiferencia que vimos en 2.4, por lo que para que estas curvas de indiferencia coincidan con el producto marginal del trabajo, ambos deben ser iguales. Si el $PMaL$ es menor a RMS, entonces aumentará el esfuerzo laboral, ya que aún es posible obtener una mayor utilidad sin sacrificar tanto ocio (dentro de la frontera de posibilidades de producción), mientras que si el $PMaL$ es mayor a RMS, ocurrirá la situación inversa, ya que se está en un punto en el que se está sacrificando una gran cantidad de ocio por un incremento menor de consumo, lo que hará que la utilidad disminuya. Matemáticamente, esta relación puede ser descrita de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &\text{Si} \quad PMaL > RMS \Rightarrow \uparrow l \\ &\text{Si} \quad PMaL < RMS \Rightarrow \downarrow l \\ &\text{Si} \quad PMaL = RMS \Rightarrow l^* \end{aligned} \tag{2.31}$$

Supongamos que tenemos las mismas formas funcionales que vimos en el método de substitución, es decir: Una función de utilidad $u(c, l) = ln(c) + ln(1 - l)$ y una función de producción Cobb-Douglas (con $K = 1$) $f(l) = Al^{\alpha}$. En ese caso, si aplicamos el multiplicador de Lagrange, tendríamos la siguiente ecuación (a partir de 2.28):

$$\frac{1}{c^*} = -\left(\frac{-1}{1 - l^*}\right)\left(\frac{1}{A\alpha(l^*)^{1-\alpha}}\right) \tag{2.32}$$

Lo que es equivalente a:

$$c^* = A\alpha(1 - l^*)(l^*)^{1-\alpha} \tag{2.33}$$

Como sabemos que $c = Al^{\alpha}$, podemos substituir ese valor en la ecuación anterior, teniendo la siguiente:

$$A(l^*)^{\alpha} = A\alpha(1 - l^*)(l^*)^{1-\alpha} \tag{2.34}$$

Despejando la ecuación para l^*, tendríamos que el trabajo óptimo está dado por la siguiente relación:

$$l^* = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \tag{2.35}$$

Y considerando de nuevo a $c = Al^{\alpha}$, podemos obtener el consumo óptimo, por lo que la ecuación será la siguiente:

$$c^* = A\left(\frac{\alpha}{1 + \alpha}\right)^{\alpha} \tag{2.36}$$

Como es lógico, llegamos al mismo resultado que en el método anterior, ya que ambos métodos tienen el mismo objetivo, aunque hay que considerar que el método de substitución no siempre puede ser válido como se mencionó anteriormente, ya que cuando tenemos varias variables a la vez, no siempre es posible substituir en la ecuación original para eliminar a todas las restricciones.

2.1.4. Incentivos para aumentar el esfuerzo laboral: El efecto sustitución.

Como se analizó en las figuras 2.6 y 2.7, un cambio en la pendiente de la curva de la función de producción provocará un cambio en el consumo óptimo (y trabajo, en algunas ocasiones), pero ¿por qué ocurre esto?

Imaginemos que hay un cambio en la tecnología actual (ya sea por que ahora hay herramientas de mejor calidad, o el consumidor tuvo acceso a equipo industrial), en ese caso, es evidente pensar que habrá un aumento en la productividad por cada nivel de esfuerzo laboral realizado por el consumidor, y si ese es el caso, entonces

[1] Al ocio h se le puede representar como $1 - l$ ya que consideramos a 1 como el tiempo total H que tiene un consumidor, siendo el ocio el tiempo en el que no se está trabajando. La relación también puede ser expresada como $H - l$, pero para evitar una restricción extra en el problema, por ahora simplemente será denominada como $1 - l$.

ahora podrá alcanzar una nueva curva de indiferencia que le permita mantener un mayor nivel de utilidad. Veamoslo desde un punto de vista lógico: Imagina que trabajas en una oficina en la que te pagan por hora \$50 dolares, por lo que con ese dinero tú puedes comprar una cierta cantidad de bienes para y servicios que te darán un nivel de utilidad, pero al no ser un salario demasiado alto para el consumo que tienes, entonces no estarás dispuesto a trabajar demasiado tiempo y agotarte demasiado; ahora imagina que de un momento a otro ascienden tu salario a \$80 dolares la hora, en ese caso tienes un mayor incentivo para trabajar más, ya que sin tener que esforzarte mucho más, podrás alcanzar un mayor nivel de utilidad al poder comprar una mayor cantidad de bienes y servicios, en ese caso, la $PMaL$ se va a desplazar hacia arriba, como se vio en la figura 2.2. A esta situación se le denomina como *efecto sustitución*, ya que un cambio en la productividad o los incentivos para trabajar más tiempo harán que el consumidor se esfuerce un poco más (aunque también puede existir un efecto adverso en el que la productividad marginal disminuya, pero eso no será analizado en este apartado),

Supongamos que aún tenemos una función de producción $y = Al^{\alpha}$. Cuando hay un efecto sustitución, entonces la pendiente de la función va a aumentar de manera positiva. Considerando el ejercicio anterior, tenemos que el consumo óptimo está dado por la ecuación:

$$c^* = A(\frac{\alpha}{1+\alpha})^{\alpha} \tag{2.37}$$

Por lo que el efecto sustitución tenderá a aumentar el valor de A. Para determinar cuanto ha aumentado el consumo óptimo c^* cuando A aumentó, utilizamos la *estática comparativa*[2] [28]. En este caso, como tenemos la elección de consumo óptima y queremos saber cuanto cambió esa elección dependiendo del cambio que tuvo la variable A, simplemente tendríamos que derivar parcialmente con respecto a A para saber ello, teniendo la relación siguiente:

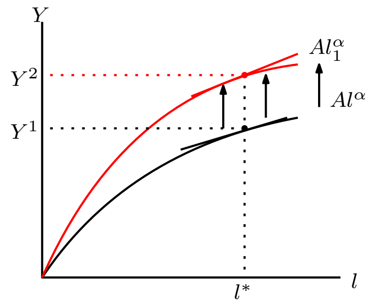
$$\frac{\partial c^*}{\partial A} = (\frac{\alpha}{1+\alpha})^{\alpha} \tag{2.38}$$

Para el caso del cambio en el trabajo óptimo, tenemos que la expresión no tiene a la variable A, por lo que la ecuación derivada se convierte en una constante y, por ende, el resultado es el siguiente:

$$\frac{\partial l^*}{\partial A} = 0 \tag{2.39}$$

¿Cómo interpretaríamos este resultado? Bajo la intuición, podemos decir que cuando se incrementa A, la $PMaL$ aumenta, lo que incrementa la curva de la función de producción y esto tendría un efecto de incentivo para el consumidor de trabajar más tiempo, ya que a más consumo, más utilidad, sin embargo, también hay que considerar que ese incremento en A también genera que el consumidor tenga más bienes de consumo para un mismo nivel de l, por lo que tendrá una mayor utilidad. El ocio también genera utilidad, por lo que el consumidor trabajará menos, lo que finalmente provocará que ambos efectos se cancelen y el esfuerzo laboral l se mantenga constante [28]. Esto puede ser representado en la figura 2.9, en la que los efectos anteriormente mencionados se cancelan.

Figura 2.9: Efecto sustitución con esfuerzo laboral constante.



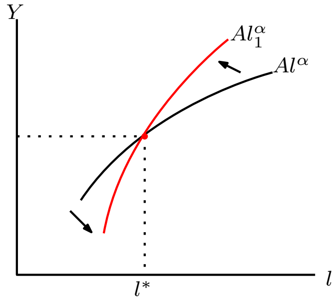
Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Si nos fijamos en la figura 2.9, podemos ver que el efecto sustitución en este caso no es el único, ya que como mencionamos, en cada punto de la nueva función de producción hay un mayor nivel de consumo que en la anterior, lo que implicaría que hay implicitamente un efecto riqueza (el cual actúa de forma negativa respecto a la productividad), siendo esta la razón de que se cancelen los efectos en el cambio del trabajo, aunque ese efecto será analizado con profundidad en el siguiente punto.

¿Qué ocurriría con un efecto sustitución puro? En ese caso, habría únicamente incentivos para aumentar la productividad, algo parecido a lo que vimos en la figura 2.6, aunque de manera más exacta, la curva de la función de producción giraría en sentido contrario a las manecillas del reloj, como se ve en la figura 2.10

[2]Los economistas suelen hacer uso de este método para determinar los cambios que hubo en una variable para diferentes periodos de tiempo, o para situaciones en las que hubo un shock externo que afectó a una variable de la ecuación que se está analizando.

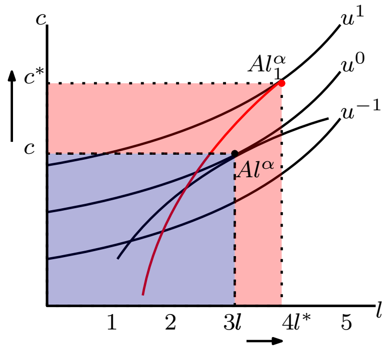
Figura 2.10: Efecto sustitución puro.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Y, por ende, el consumidor aquí si respondería con un aumento en la productividad laboral, como se ve en la figura 2.11, en la que alcanza una curva de indiferencia más alta, que implica un nivel de utilidad mayor.

Figura 2.11: Incremento en la productividad por efecto sustitución.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

2.1.5. Incentivos para disminuir el esfuerzo laboral: El efecto riqueza.

Así como el efecto sustitución puede provocar que la $PMaL$ aumente, el efecto riqueza puede causar lo contrario, aunque curiosamente, ambos generan un mayor nivel de utilidad para el consumidor. Imaginemos la siguiente situación: Supongamos que el consumidor tiene la misma función de producción $y = Al^\alpha$, con un esfuerzo laboral constante y no afectado por el efecto sustitución, pero en cierto momento recibe un ingreso extra (como un subsidio o un bono laboral). En dicha situación, el bienestar inicial del consumidor va a ser mayor, ya que por el mismo esfuerzo laboral inicial (l^*) obtiene un mayor nivel de utilidad, lo que implicará que su esfuerzo laboral disminuya, ¿Por qué ocurre esto? Veámoslo desde un punto de vista lógico. Supongamos que tú, lector, te encuentras laborando como analista financiero en algún banco en el que tienes un sueldo estable pero decente, pero en un cierto momento ganas la lotería, ahora que eres rico ¿seguirías trabajando? Lo más probable es que no, por lo que tu $PMaL$ va a disminuir considerablemente (incluso puede que llegue a 0, aunque esto sería un caso exagerado). A esta situación en la que el bienestar de un consumidor aumenta sin tener que aumentar su esfuerzo laboral se le conoce como *efecto riqueza*, y dependiendo de su impacto en el bienestar-valga la redundancia-es como afectará de manera inversa al esfuerzo laboral. Gráficamente, esta situación es descrita en la figura 2.12.

Como vemos (y dijimos anteriormente), para un mismo nivel de trabajo hay un mayor nivel de producto consumido (recordemos que estamos asumiendo que el consumidor consume-valga la redundancia-todo lo que produce), pero sin afectar a la función producción, ya que ella se mantiene constante, solo fue desplazada hacia arriba. Sabemos que $c = y$, por lo que si volvemos a asumir una función de producción Al^α, ésta ya no parte del origen, lo que implica que la función de producción y consumo ahora puede ser replanteada como:

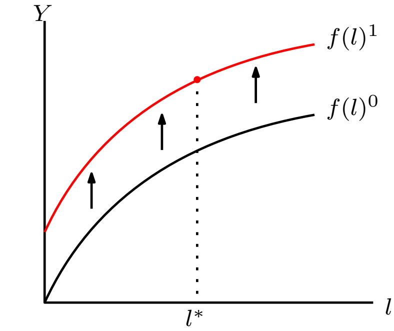
$$c = 1 + Al^\alpha \tag{2.40}$$

Con un consumo óptimo igual a:

$$c^* = 1 + A(\frac{\alpha}{1+\alpha})^\alpha \tag{2.41}$$

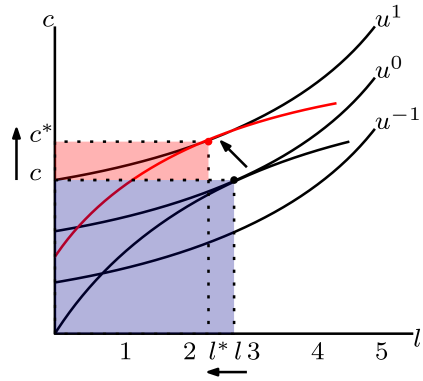
Esta disminución en el esfuerzo laboral puede verse en la figura 2.13, en la que hay un aumento de bienestar, manteniendo un $PMaL$ constante.

Figura 2.12: Efecto riqueza puro.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Figura 2.13: Disminución en el esfuerzo laboral por efecto riqueza.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

En otras palabras, podemos decir que el efecto riqueza es positivo para el consumo pero negativo para el esfuerzo laboral [27], pero el efecto riqueza no suele ser tan evidente cuando existen múltiples bienes en una economía, ya que estos bienes pueden ser *inferiores*[3]

2.1.6. ¿Qué pasa si ambos efectos se combinan?

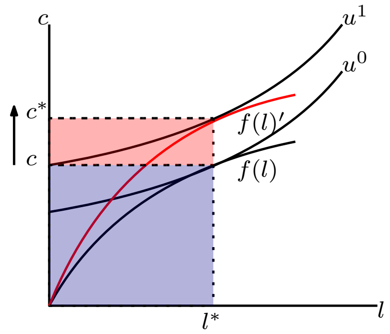
Sabemos que dado cualquiera de los dos efectos, la curva de la función de producción va a tender a aumentar el nivel de consumo de una economía, pero ¿qué es lo que ocurre cuando ocurren ambas situaciones a la vez? Como ya se vio en la figura 2.9, un caso en el que ambos efectos (sustitución y riqueza) no solo va a tender a desplazar la curva de la función de producción hacia arriba, si no que va a modificar su pendiente en sentido contrario a las agujas del reloj. Ahora bien, ¿qué ocurre con el consumo y trabajo óptimos en esta economía doméstica? A nivel teórico eso es sencillo de deducir, ya que un efecto sustitución va a tender a aumentar el consumo y esfuerzo laboral (trabajo óptimo) de una economía, mientras que el efecto riqueza también aumentará el consumo, pero el esfuerzo laboral tenderá a disminuir. Para simplificar más las cosas, vamos a denominar al efecto sustitución como E_S y al efecto riqueza como E_R, por lo que podemos plantear las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{Si} \quad & E_S > E_R \Rightarrow \uparrow l \\ \text{Si} \quad & E_S < E_R \Rightarrow \downarrow l \\ \text{Si} \quad & E_S = E_R \Rightarrow l^* \end{aligned} \tag{2.42}$$

Lo que significa que con un mayor efecto riqueza el esfuerzo laboral caerá, con un mayor efecto sustitución el esfuerzo laboral se incrementará, y con ambos efectos iguales, estos se van a cancelar y el esfuerzo laboral permanecerá constante. Una situación en la que ambos efectos se cancelan puede ser representada como en la figura 2.14, sin embargo, empíricamente se ha encontrado que en las economías en desarrollo, la tasa de cambio de la disminución del esfuerzo laboral es cada vez menor, hasta estabilizarse en un cierto punto.

[3]Los bienes inferiores son aquellos que el individuo consume en menor cantidad cuando aumenta la riqueza (por ejemplo: productos de mala calidad), a diferencia de los bienes normales, que son aquellos que crecen en demanda cuando aumenta la renta.

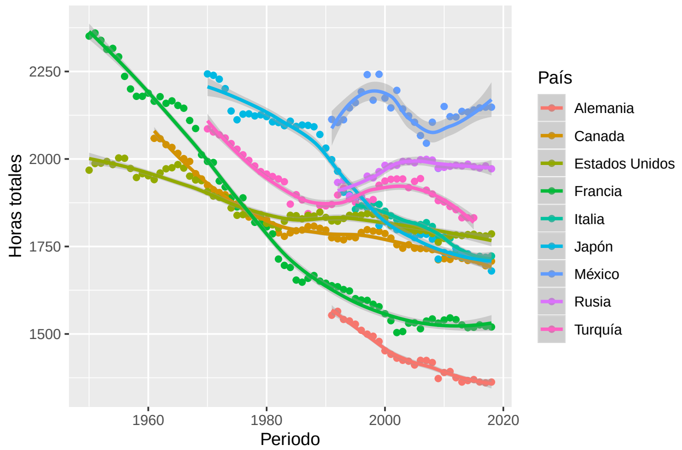
Figura 2.14: Aumento en el consumo cuando el efecto sustitución y el efecto ingreso se cancelan.



Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

Un caso de estabilización en las horas media de trabajo es el de las economías industrializadas desde la década de los cincuenta hasta el periodo más reciente del que existen datos (2018). Gráficamente, podemos ver esa estabilización en las horas de trabajo en la figura 2.15, que recopila información de Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, México, Rusia, Turquía , Reino Unido y Estados Unidos.

Figura 2.15: Horas de trabajo anuales en diez países.

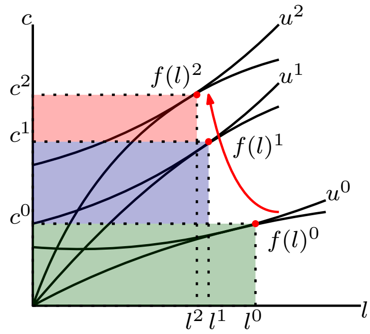


Fuente: Elaboración propia con datos de OECD.

Como es evidente, en la gráfica 2.15 se ve que en la mayoría de los casos, la tendencia en las horas de trabajo es constantemente a la baja, sin embargo, si se analiza con mayor detenimiento, es posible observar que a partir de los años 2000 en adelante en la mayoría de los casos la disminución en las horas laboradas es mucho menor que su caída en periodos posteriores, aunque esto ocurre más que nada en economías desarrollados, ya que por ejemplo, en el caso de México y el de Rusia hubo un repunte en las horas de trabajo anuales, mientras que en el resto ha ocurrido lo contrario. Replicando esa idea, podemos representar las funciones de producción bajo ambos efectos en tres momentos en el tiempo: El primero es cuando la función de producción tiene una $PMaL$ muy baja, por lo que la curva de utilidad que puede alcanzar es igualmente baja; el segundo es tras haber ocurrido ambos efectos (sustitución y riqueza) después de un cierto tiempo, teniendo una función de producción más elevada e inclinada en dirección contraria a las manecillas del reloj, lo que permite alcanzar otra curva de utilidad mucho más alta; el último momento nos muestra un punto en el que a pesar de haber crecido el efecto riqueza y el efecto sustitución, estos no consiguieron disminuir demasiado el esfuerzo laboral, como si lo fue en la transición del primer momento al segundo. Gráficamente, esta situación puede verse en la figura 2.16.

Ahora bien, ¿Por qué la primer curva de utilidad (u^0) es bastante plana? Para responder esto hay que fijarnos en el nivel de consumo que se adquiere en esta primer función de producción, que en general es muy bajo, por lo que el consumidor estará dispuesto a trabajar mucho más tiempo para poder consumir un poco más (siendo que la función es tangente en $[c^0, l^0]$), por lo que el efecto riqueza cuando se llega a la siguiente función de producción va a ser mucho mayor que el efecto sustitución. En el siguiente caso, se puede alcanzar una curva de utilidad mucho más alta (por las razones que ya mencionamos anteriormente), por lo que el consumidor

Figura 2.16: Aumento del esfuerzo laboral y consumo en el tiempo.



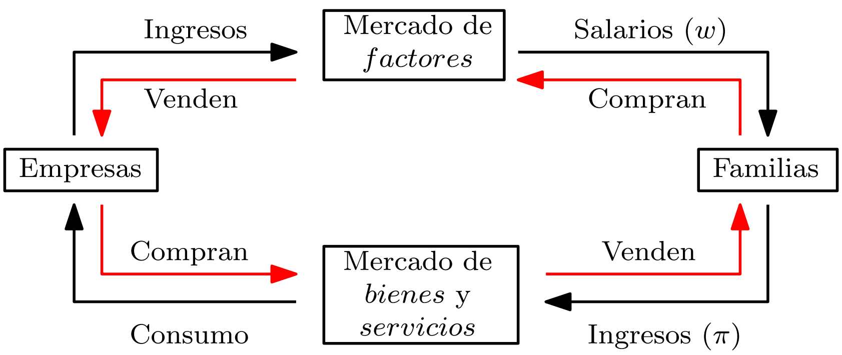
Fuente: Elaboración propia con datos de Barro.

estará dispuesto a trabajar menos, obteniendo un consumo mucho mayor; podemos ver a esta segunda función de producción como un momento de transición en el desarrollo de un país (siendo que la función es tangente en $[c^1, l^1]$). Finalmente, la última función, aquella que alcanza la curva de utilidad más alta, a pesar de aumentar el consumo, el esfuerzo laboral casi no disminuye, lo cual es explicado por la pendiente de la primer curva de indiferencia, la cual al ser más plana nos indicaría que el ocio es menos importante (por el poco consumo que se tiene, o dicho de otra manera, las pocas oportunidades de producción); cuando pasamos a u^1 y u^2, la pendiente de las curvas de utilidad es mayor, lo que implica que ahora el ocio adquiere más importancia de la que tenía antes, por lo tanto, los efectos *riqueza* y *sustitución* van a ser muy similares y van a tender a anularse, haciendo que el esfuerzo laboral no disminuya en gran medida (siendo que la función es tangente en $[c^2, l^2]$, y l^1 será muy cercano a l^2).

2.2. El mercado laboral competitivo.

Ahora que sabemos como es que maximiza su utilidad un solo individuo, podemos introducir a otro agente más a la ecuación: *las empresas*. Cuando las empresas comienzan a interactuar con las familias (los agentes consumidores), lo que buscan es obtener trabajadores por medio del *mercado de factores*, para poder producir *bienes* y *servicios* que puedan ser consumidos por las familias. Gráficamente, esa relación se ve en la figura 2.17 (por el momento se va a omitir el papel del gobierno para simplificar el modelo).

Figura 2.17: Relación entre los agentes de una economía.



Fuente: Elaboración propia.

En esta situación, ya no es un solo agente el que toma todas las decisiones, si no que ahora hay una situación en la que las empresas por su parte maximizan la función de producción, mientras que los agentes (familias) únicamente maximizan su función de utilidad. Para hacer eso, las empresas se basan en optimizar su número de trabajadores, así como su nivel de producción (considerando la $PMaL$), mientras que las familias (en específico, los agentes económicos) se basan en las horas que quieren trabajar y así determinar su nivel de consumo, el cual les dará una cierta utilidad (suponiendo que estamos en un mercado competitivo, en el que los salarios están basados en la productividad de los trabajadores) [44].

2.2.1. La maximización de las empresas.

Generalmente, las empresas suelen tener una función de producción $y = f(l)$ con rendimientos decrecientes (es decir, la $PMaL$ suele ser menor para aumento en el nivel de producto), la cual buscan maximizar para poder obtener el nivel máximo de beneficios (π) posibles. Para poder decidir cuanto se va a producir, se maximiza la diferencia entre ingresos totales (IT) menos sus costos totales (CT), es decir:

$$\text{Max } \pi = IT - CT \tag{2.43}$$

Ahora bien, los ingresos totales (IT) de las empresas son definidos como el precio de los bienes por su volumen (py), mientras que los costos totales (CT) están dados por la suma de sus costos variables, comprendidos por el nivel de producción ($C(y)$) más sus costos fijos (CF), aunque para simplificar el problema supondremos que los costos fijos son iguales a 0. Si suponemos que el único factor productivo es el trabajo (l), entonces se puede volver a definir a los costos variables como el nivel de salarios (w) por que se pagan por el número de trabajadores (wl), lo que estará restringido a la cantidad de bienes que es capaz de producir la empresa (su nivel de producción máximo que está dado por su función de producción), por lo que el problema a maximizar será el siguiente:

$$\underset{l}{Max}\, \pi = py - wl \tag{2.44}$$

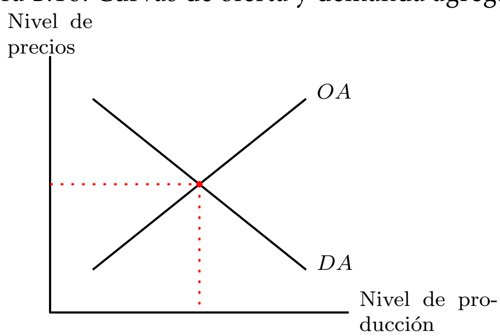
El cual estará sujeto a la restricción:

$$y = f(l) \tag{2.45}$$

2.3. El modelo de oferta y demanda agregadas.

Todos los días hay un cierto nivel de actividad económica alrededor del mundo, siendo mayor o menor dependiendo de un sin fin de factores, de los cuales algunos de ellos afectan directa o indirectamente a la oferta y demanda agregadas, pero no nos adelantemos demasiado, primero que nada ¿qué son los conceptos de oferta y demanda *agregadas*? En realidad son conceptos muy sencillos, sabemos que en la teoría microeconómica las leyes de oferta y demanda son aquellas que nos dicen que a un determinado precio, una empresa va a producir un nivel determinado de un bien y, por lo tanto, a ese mismo los consumidores van a demandar una cierta cantidad de ese mismo bien; si trasladamos las ideas anteriores al nivel macroeconómico, entonces fácilmente podemos deducir que, en primer lugar, la *oferta agregada* es toda la producción de bienes y servicios que estará dispuesta a realizar una economía en un determinado periodo de tiempo, mientras que por otra parte, tenemos que la *demanda agregada* se refiere a la cantidad total que los consumidores estarán dispuestos a comprar de la economía en un cierto periodo de tiempo, todo lo anterior dependiendo el nivel de precios que haya en la economía, ya que como sabemos, a un nivel de precios altos los productores ofertaran muchos artículos y los consumidores demandarán pocos artículos, y viceversa. Usualmente, el modelo de OA y DA es usado por los economistas para poder interpretar las fluctuaciones existentes en el mercado, como las razones de una crisis, el aumento de los precios, la caída en la demanda, etc.
Como en las curvas de oferta y demanda microeconómicas, en el eje horizontal (o eje de las abscisas x) se encuentra la cantidad producida de la economía, mientras que para el eje vertical (o eje de las ordenadas y) se encuentra el nivel de precios de la economía, por lo que podemos plantearlo gráficamente de la siguiente manera:

Figura 2.18: Curvas de oferta y demanda agregadas.



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

Lo primero que notamos es que cada curva tiene un eje diferente, ¿por qué ocurre esto? Analicemos cada caso por separado.

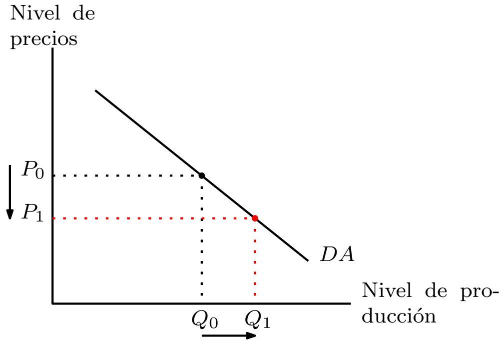
2.3.1. La demanda agregada.

En el caso concreto de la DA, encontramos que la curva tiene una pendiente negativo; recordemos que el cálculo del PIB de una economía está dado por la ecuación (1.3):

$$Y = C + G + I + \bar{X} \tag{2.46}$$

Dicho PIB puede ser expresado también como la cantidad de bienes y servicios ofrecidos por una economía. El consumo, la inversión y las exportaciones dependen del nivel de precios de una economía; si suponemos que hay una caída en el nivel de precios y que los agentes son racionales, entonces la demanda de bienes va a subir y, por lo tanto, la producción de la economía, lo que gráficamente puede verse como en la figura 1.6 [26].

Figura 2.19: Caída en el nivel de precios de la economía.



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

Como se puede observar, una reducción en los precios va a tender a aumentar la cantidad demandada de los bienes y servicios de la economía, es decir, el producto Y, denotado por Q_0 y Q_1. En particular, existen 3 razones principales por las que la disminución de los precios en la economía va a tender a disminuir los precios:

1. **El efecto riqueza**: Como se vio anteriormente, los precios de una economía permiten comprar una determinada cantidad de bienes para cada consumidor. Supongamos que contamos con \$100 dolares, los cuales nos alcanzan para un kilo de manzanas, ahora, si el kilo de manzanas baja de precio a la mitad, eso significaría que ahora nuestros \$100 dolares nos alcanzarán para comprar dos kilos de manzanas, por lo que psicológicamente nos sentiremos más ricos y demandaremos más bienes, ya que nuestro dinero aumentó en cantidades reales.

2. **El efecto de la tasa de interés**: El nivel de precios también es un determinante de la cantidad de dinero que circula en la economía. Cuando los precios bajan, los agentes no van a requerir demasiado dinero, por lo que el excedente usualmente lo van a prestar a otros agentes o instituciones financieras, como es el caso de una persona que compra bonos o abre una cuenta de banco que le genere intereses,dinero que a su vez será utilizado por el banco para prestarle a otros agentes que lo requieran. Un alto número de agentes que compren bonos o abran cuentas de banco va a generar que haya una tendencia a la baja en las tasas de interés. A su vez, cuando bajan las tasas de interés (el precio del dinero) las empresas y agentes van a tender a pedir más créditos para comprar activos, como edificios, fábricas, casas (ya que las casas son un activo), etc. Como menciona Mankiw [26], la caída en las tasas de interés también puede tener un efecto en el consumo de los bienes y servicios, sobre todo en aquellos bienes duraderos, como los autos (que generalmente se compran a crédito).

3. **El efecto del tipo de cambio**: Este punto viene ligado al anterior. Supongamos que hay una caída en los precios, lo que empuja a las tasas de interés a caer; como las tasas de interés son bajas, entonces los inversionistas que comercian con bonos van a buscar tasas de interés más altas en el extranjero. Usualmente los fondos de inversión son los que comercian con divisas, y si uno de ellos decide comprar bonos en el extranjero con moneda extranjera, entonces venderá los bonos que tiene en moneda nacional para comprar los bonos extranjeros, sin embargo, al tratar de conseguir moneda extranjera, el fondo de inversión venderá moneda nacional, lo que incrementará la oferta de ella y depreciará el tipo de cambio (recordemos la ley de oferta y demanda, si hay un exceso de oferta de un bien, su precio va a bajar). Ahora, cuando el tipo de cambio se deprecia, significa que ahora la moneda nacional pierde valor frente a la moneda extranjera, por lo que como los bienes nacionales están expresados en moneda nacional, se van a volver más baratos frente al extranjero, lo que aumentará las exportaciones del país y, por ende, los bienes

extranjeros expresados en moneda extranjera se volverán más caros, lo que hará que demandemos menos bienes y servicios del extranjero, pero vendamos más bienes y servicios, aumentando las exportaciones netas ($\bar{X}$).

Las tres situaciones anterior pueden funcionar de manera inversa, provocando los efectos contrarios, por ejemplo: cuando el precio de los bienes aumenta, disminuye el efecto riqueza y por ende el consumo, cuando aumenta la tasa de interés disminuye la demanda de créditos y por ende disminuye la inversión, y cuando se aprecia la moneda, disminuyen las exportaciones y aumentan las importaciones.
La curva de demanda agregada de hecho también se puede desplazar a diferentes puntos, esto debido a diversos motivos en cada componente de ella, que analizaremos a continuación:

1. **Variaciones en el consumo**: Imaginemos la siguiente situación, los consumidores de la noche a la mañana deciden que van a consumir más carne ya que un noticiero dijo que era buena para la salud, por lo tanto ese cambio en la demanda provocará que la curva de demanda agregada se desplace a la derecha. Si por el contrario hay un cambio de demanda negativo, ya que los consumidores deciden ahorrar más dinero para su retiro y dejar de consumir actualmente, entonces la curva se va a desplazar a la izquierda.

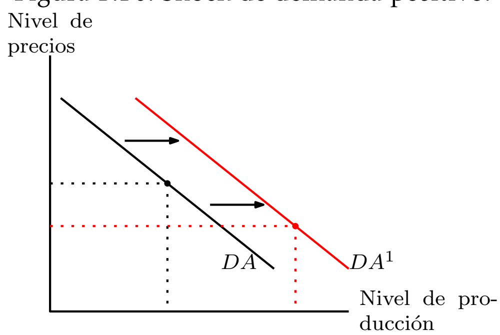
2. **Variaciones en la inversión**: Supongamos que se inventó un nuevo combustible que es barato de producir y la gente lo demanda bastante ya que es compatible con la mayoría de los autos, por lo tanto, las empresas tendrán incentivos para invertir en el, lo que hará que la curva de demanda agregada se desplace a la derecha. De igual forma, si ocurre un evento que provoque que las empresas decidan invertir menos, entonces la curva se desplazará a la izquierda.

3. **Variaciones en el gasto**: Generalmente, el gasto en consumo por parte del gobierno es algo que tiene fijo en un periodo determinado, pero supongamos que se decide abrir una nueva dependencia en algún otro estado, esa dependencia va a necesitar diversos bienes para ser construida y además para funcionar, por lo que lógicamente esto desplazará a la curva de demanda agregada a la derecha. De manera inversa, si de pronto se decide cerrar alguna dependencia de gobierno, entonces esta ya no demandará recursos y, por lo tanto, la curva será desplazada a la izquierda.

4. **Variaciones en la las exportaciones**: Supongamos que hay un país al cual le vendemos una gran parte de nuestras exportaciones, pero un cierto momento dicho país entra en una recesión económica, por consiguiente comenzará demandar una menor cantidad de bienes nacionales, lo que provocará que haya un desplazamiento a la izquierda de la curva de demanda agregada. Por el contrario, si el país en cuestión empezara a tener altas tasas de crecimiento y comenzara a demandar más bienes, la curva se desplazará a la derecha.

En general, todos los eventos que provoquen shocks de demanda positivos van a desplazar la curva de demanda agregada a la derecha, como se ve en la figura 2.5.

Figura 2.20: Shock de demanda positivo.



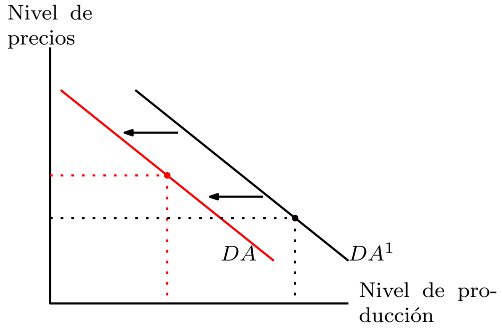
Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

Por el contrario, todos aquellos shocks de demanda negativos van a tender a mover la curva de demanda agregada a la izquierda, como se ve en la figura 2.6.

2.3.2. La curva de oferta agregada.

Así como en el caso de la microeconomía, en el que hay una curva de demanda y una curva de oferta, en este caso tenemos una curva de oferta agregada que denota la cantidad de bienes y servicios que una economía está dispuesta a ofrecer. Dicho de otra manera, se refiere a la cantidad de bienes y servicios que una

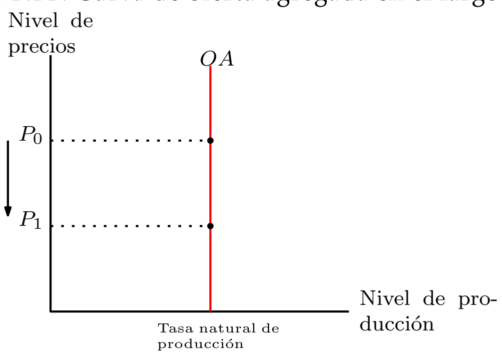
Figura 2.21: Shock de demanda negativo.



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

economía o el conjunto de empresas de una economía van a ofrecer para cada nivel de precios. Lógicamente a un alto precio la cantidad de bienes ofrecidos será mayor que a un bajo precio, sin embargo, la oferta agregada muestra una relación que depende del tiempo en el que se examine, ya que aquí ocurre algo diferente que con la curva de demanda agregada. En el corto plazo, la curva de oferta agregada va a tener pendiente positiva como se mencionó anteriormente, sin embargo, en el largo plazo va a tener una pendiente vertical, ¿por qué ocurre esto? Hay que pensarlo como la producción a la que puede acceder un país, que está restringida por la oferta laboral, la cantidad de recursos del país, la tecnología, etc, pero no del nivel de precios. Si existiera otra economía que produzca la misma cantidad de bienes, pero tuviese el doble de dinero en circulación, al final el PIB real de ambas economías sería el mismo, a pesar de que los precios sean del doble en el otro caso, es por eso que la pendiente en el largo plazo es vertical, como se ve en la figura 2.5 [26].

Figura 2.22: Curva de oferta agregada en el largo plazo.



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

Como se puede observar en la figura 2.7, al nivel de producción de una economía en el largo plazo se le denomina *tasa natural de producción*, sin embargo, esta tasa puede variar o desplazarse dependiendo de ciertos factores que se den en la economía, como los siguientes:

1. **Cambio en los recursos naturales**: Imaginemos que nuestro país se dedica a exportar petroleo y ya tiene las reservas de las que extrae este recurso establecidas, pero en un cierto momento encuentran un nuevo yacimiento petrolero, por lo que ahora se cuenta con más cantidad de petroleo disponible, en este caso es posible que la cantidad de bienes y servicios ofrecidos en el largo plazo va a ser mayor, ya que ahora se cuenta con una mayor cantidad de recursos para producirlos, provocando un desplazamiento de la curva a la derecha. De manera opuesta, si en un cierto momento las reservas petroleras se agotan en el país, entonces la cantidad de bienes y servicios disminuirá por la falta de recursos, provocando un desplazamiento de la curva a la izquierda.

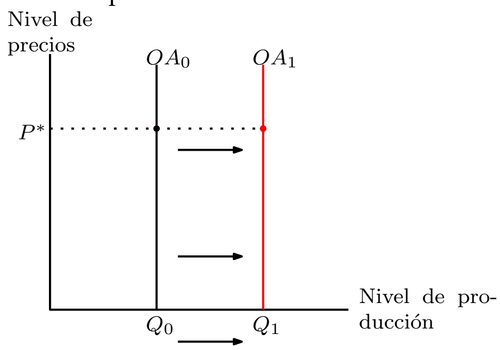
2. **Cambio en la oferta de trabajo**: Aunque la oferta de trabajo suele ser estable a lo largo del tiempo, puede haber factores que hagan que esto cambie, por ejemplo: Imaginemos que hay un cierto número de población económicamente activa, pero resulta que una generación de la población dejó de tener hijos, por lo que la población económicamente activa comienza a reducirse, en ese caso, al haber una menor cantidad de oferta de trabajo, por lo tanto, la cantidad de bienes y servicios va a disminuir y la curva

se va a desplazar a la izquierda. De igual forma, si la población económicamente activa comienza a aumentar, u ocurre una migración masiva al país, entonces la cantidad de bienes y servicios va a aumentar, desplazando la curva a la derecha.

3. **Cambio en la tecnología**: Este es uno de los puntos más importantes, aunque será analizado más a fondo cuando veamos los modelos de *crecimiento de Solow* y de *ciclos reales*. Veamos el siguiente ejemplo: Imaginemos que la economía comienza a invertir en computadoras cada vez más eficientes, las cuales sirven para que los negocios sean cada vez más productivos, lo que implica que la curva de oferta agregada se desplace a la derecha cada vez más. Si en cambio, sufriéramos un apagón nacional y todas las computadoras se dañaran, entonces la producción del país disminuiría considerablemente y la curva se desplazaría a la izquierda.

Como es evidente hasta este punto, los choques que generen un aumento de la producción positivo en el largo plazo van a desplazar la curva de oferta agregada a la derecha, como se ve en la figura 2.6:

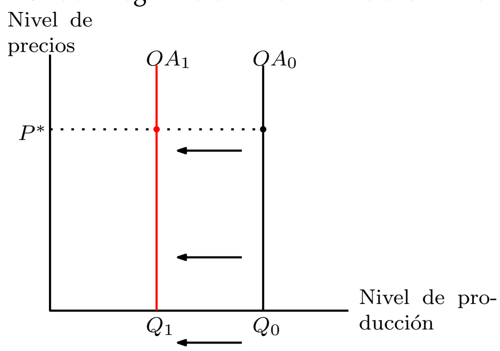
Figura 2.23: Shock positivo en la curva de oferta de largo plazo



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

Mientras que aquellos que generen una disminución de la producción en el largo plazo la van a desplazar a la izquierda, como puede verse en la figura 2.9:

Figura 2.24: Shock negativo en la curva de oferta de largo plazo

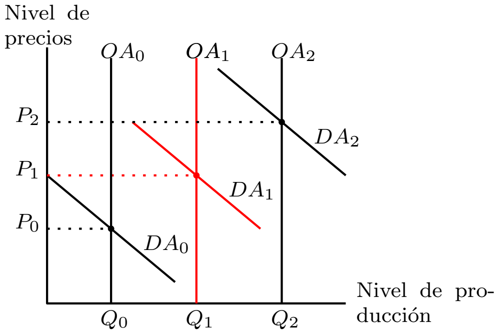


Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

2.3.3. La inflación en el largo plazo.

Una vez que ya analizamos ambas curvas, al unirlas en el largo plazo podemos hacer algunas afirmaciones. Si el crecimiento en la producción de la economía crece (principalmente por inversión en tecnología), la curva de oferta agregada va a tender a crecer a moverse a la derecha, lo que a su vez también implica que al producir mayor cantidad de bienes, el banco central va a emitir una mayor cantidad de dinero, lo que aumenta la demanda de bienes e incrementa los precios, por lo que se puede decir que a medida que hay crecimiento en la economía de un país, necesariamente debe haber un cierto nivel de inflación en la economía (casi siempre, eso lo analizaremos a profundidad más adelante), como se puede observar en la figura 2.10.

Figura 2.25: La inflación bajo el modelo clásico de oferta y demanda agregada.



Fuente: Elaboración propia con datos de Mankiw.

2.3.4. Los microfundamentos del modelo de oferta y demanda agregada.

2.4. El papel del dinero en la economía.

Bibliografía

[1] Lequiller, F., and Blades, D. (2009). Comprendiendo las cuentas nacionales (No. E10-1475). OECD.

[2] Shaikh, A., and Tonak, E. A. (1994). Measuring the wealth of nations: The political economy of national accounts. Cambridge: Cambridge University Press.

[3] Ang, B. W., Huang, H. C., and Mu, A. R. (2009). Properties and linkages of some index decomposition analysis methods. Energy Policy, 37(11), 4624-4632.

[4] Blinder, A. S., Triplett, J. E., Denison, E., and Pechman, J. (1980). The consumer price index and the measurement of recent inflation. Brookings Papers on Economic Activity, 1980(2), 539-573.

[5] Selvanathan, E. A. (1991). Standard errors for Laspeyres and Paasche index numbers. Economics Letters, 35(1), 35-38.

[6] Diewert, W. E. (1998). Index number issues in the consumer price index. Journal of Economic Perspectives, 12(1), 47-58.

[7] Piketty, T., Saez, E., and Zucman, G. (2018). Distributional national accounts: methods and estimates for the United States. The Quarterly Journal of Economics, 133(2), 553-609.

[8] Fernandez-Macho, J., and Casimiro, P. G. (2004). Matrices de Contabilidad Social: una panorámica. EKONOMIAZ. Revista vasca de Economía, 57(03), 132-163.

[9] Guerrero de Lizardi, Carlos. (2009). Nuevas mediciones de la inflación y el crecimiento económico en México. Ciudad de México: Porrúa.

[10] Vicente Ramos, Segundo. (2015). Introducción a la macroeconomía. País Vasco: UPV.

[11] Branson, W. H., Rojas, J. H., and Suárez, E. L. (1990). Teoría y política macroeconómica (No. 04; HB172. 5, B7 1990.). Fondo de cultura economica.

[12] Blanchard, O., and Pérez, D. (2000). Macroeconomía: teoría y política económica con aplicaciones a América Latina. Editorial Prentice Hall, Primera edición, Buenos Aires, Argentina.

[13] INEI. (2012). Metodología de Cálculo del Producto Bruto Interno Anual. 17 de abril de 2020, de Gobierno de la república Sitio web: https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/metodologias/pbi02.pdf

[14] De la Fuente Fernandez Santiago. (2010). Estadística descriptiva: números índices. Madrid: UAM.

[15] Carmona Francesc. (2001). Números índice. Barcelona: UB.

[16] Gastwirth, J. L. (1972). The estimation of the Lorenz curve and Gini index. The review of economics and statistics, 306-316.

[17] Yitzhaki, S. (1983). On an extension of the Gini inequality index. International economic review, 617-628.

[18] M.R. Spiegel, Teoría y problemas de estadística (2a edición). McGraw-Hill, Madrid, 1991.

[19] Ceriani, L., and Verme, P. (2012). The origins of the Gini index: extracts from Variabilità e Mutabilità (1912) by Corrado Gini. The Journal of Economic Inequality, 10(3), 421-443.

[20] Federico Dorin, Daniel Perrotti y Patricia Goldszier. (2018). Los números índices y su relación con la economía. Naciones Unidas, Santiago: CEPAL.

[21] Mochón Morcillo Francisco. (2006). Principios de macroeconomía. España: Mc-Graw Hill.

[22] Nuñez Velazquez José Javier. (2006). La desigualdad económica medida a través de las curvas de Lorenz. Métodos cuantitativos para la economía y la empresa. Vol. 2. pp. 67 a 108.

[23] Medina Fernando. (2001). Consideraciones sobre el índice de Gini para medir la concentración del ingreso. Santiago de Chile: CEPAL.

[24] Carlos Gradín y Coral del Río. (2001). La medición de la desigualdad. España: UV.

[25] Rolly Buccioni Vadulli. (Diciembre 2012). Estimación del coeficiente de concentración de Gini a partir de la curva estimada de Lorenz. Revista Chilena de Economía y Sociedad, Vol. 5, pp. 27 a 31.

[26] Gregory, M., Rabasco, E. E., and Toharia, C. (1998). Principios de economía. McGraw Hill.

[27] Barro, R. J., Febrero, R. C., and Grilli, V. (2001). Macroeconomia: teoría y política (No. 339 B2781m Ej. 1). McGraw-Hill.

[28] Doepke, M. Lehnery, A. y Sellgren A. W. (1999), Macroeconomics in https://www.bu.edu/econ/files/2014/08/DLS1.pdf, Cap. 2, pages 9–19, 1999.

[29] Stigler, G. J. (1937). The Economics of Carl Menger. Journal of Political Economy, 45 (2), 229-250.

[30] Lawson, C. (1996). Realism Theory and Individualism in the Work of Carl Menger. Review of Social Economy, 54 (4), 445-464.

[31] Marshall, A. (2009). Principles of economics: unabridged eighth edition. Cosimo, Inc.

[32] Guillebaud, C. W. (1942). The evolution of Marshall's principles of economics. The Economic Journal, 52 (208), 330-349.

[33] Marshall, A. (1961). Principles of Economics: Text (Vol. 1). London; New York: Macmillan for the Royal Economic Society.

[34] Shove, G. F. (1942). The place of Marshall's Principles in the development of economic theory. The Economic Journal, 52 (208), 294-329.

[35] Jevons, W. S. (1866). "Brief Account of a General Mathematical Theory of Political Economy" by William Stanley Jevons Journal of the Royal Statistical Society, London, XXIX (June 1866), pp. 282-87. Journal of the Royal Statistical Society, 29, 282-87.

[36] Walras, L. (2013). Elements of pure economics. Routledge.

[37] Friedman, M. (1955). Leon Walras and his economic system. The American Economic Review, 900-909.

[38] Van Daal, J., and Jolink, A. (1993). The equilibrium economics of Léon Walras. Routledge.

[39] Fisher, I. (1930). Theory of interest: as determined by impatience to spend income and opportunity to invest it. Augustusm Kelly Publishers, Clifton.

[40] Pigou, A. C. (2013). The economics of welfare. Palgrave Macmillan.

[41] Pigou, A. C. (2013). Theory of unemployment. Routledge.

[42] Pigou, A. C. (1917). The value of money. The Quarterly Journal of Economics, 32(1), 38-65.

[43] Jamel Kevin Sandoval. (2019). Mercado laboral competitivo (Solución centralizada). Ciudad de México: UNAM.

[44] Jamel Kevin Sandoval. (2019). Mercado laboral competitivo (Solución descentralizada). Ciudad de México: UNAM.